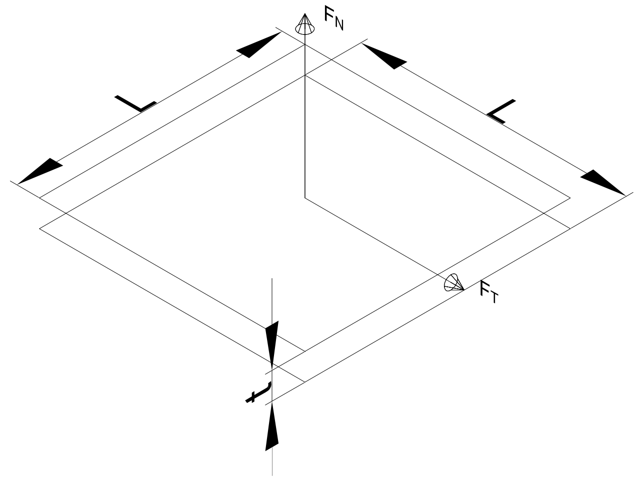
Capítulo 1: Propiedades de los fluidos

Ejercicio propuesto en clase 1

Calcular las fuerzas normal y tangencial, si el fluido entre las placas es agua.



$\nu = 1 \text{ x}10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$
$t = 1 \text{ x } 10^{-3} \text{ m}$
$L = 0{,}20 \text{ m}$
$u = 10 \text{ cm/s} = 0{,}1 \text{ m/s}$
$\sigma = 72{,}8 \text{ x } 10^{-3} \text{ N/m}$
$t = 20 \text{ ºC}$

Resolución

<u>Fuerza normal (F_N)</u>

$\Sigma F_y = 0$

$$F_N - \sigma.2.\text{perímetro} = 0$$

$L = 0{,}20 \text{ m}$

$$\text{perímetro} = 4.L = 0{,}80 \text{ m}$$

$\sigma = 72{,}8 \text{ x } 10^{-3} \text{ N/m}$
entonces

$$F_N = 72{,}8 \text{ x } 10^{-3} \text{ N/m}.2.0{,}80 \text{ m} = 58{,}2 \text{ x } 10^{-3} \text{ N}$$
$$\boxed{\mathbf{F_N = 58{,}2 \text{ x } 10^{-3} \text{ N}}}$$

<u>Fuerza tangencial (F_T)</u>

$$\tau = \mu \frac{du}{dy}$$

además

$$\tau = F_T/A = FT/L^2$$

entonces

$$F_T = \mu L^2 \frac{du}{dy}$$

$\rho(20 \text{ ºC}) = 1 \text{ x } 10^3 \text{ kg/m}^3$

$$\nu = \mu/\rho = 1 \text{ x } 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$$

entonces

$$\mu = \nu\rho = 1 \times 10^{-3}\ \mathrm{Ns/m^2}$$

u = 10 cm/s = 0,1 m/s

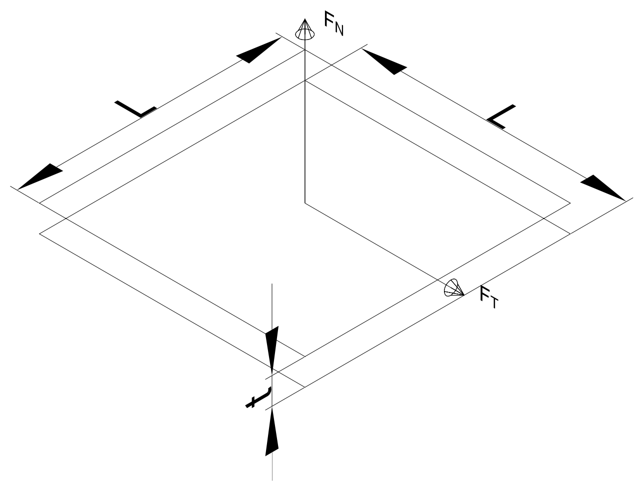
finalmente

$$F_T = 400 \times 10^{-4}\ \mathrm{m^2} .\ 1 \times 10^{-3}\ \frac{\mathrm{Ns.}}{\mathrm{m^2}}\ \frac{0{,}1\mathrm{m/s}}{1 \times 10^{-3}\ \mathrm{m}} =$$

$$\boxed{\mathbf{F_T = 4{,}0 \times 10^{-3}\ N}}$$

Ejercicio propuesto en clase 2

Calcular las fuerzas normal y tangencial, si el fluido entre las placas es aceite.



$\nu = 0{,}005\ \mathrm{m^2/s} = 5{,}0 \times 10^{-3}\ \mathrm{m^2/s}$

S = 0,90

$t = 1 \times 10^{-3}$ m

L = 0,20 m

u = 10 cm/s = 0,1 m/s

$\sigma = 38{,}0 \times 10^{-3}$ N/m

t = 20 ºC

Resolución

Fuerza normal (F_N)

$\Sigma F_y = 0$

$$F_N - \sigma.2.\text{perímetro} = 0$$

L = 0,20 m

$$\text{perímetro} = 4.L = 0{,}80\ \mathrm{m}$$

$\sigma = 38{,}0 \times 10^{-3}$ N/m

entonces

$$F_N = 38{,}0 \times 10^{-3}\ \mathrm{N/m}.2.0{,}80\ \mathrm{m} = 60{,}8 \times 10^{-3}\ \mathrm{N}$$

$$\boxed{\mathbf{F_N = 60{,}8 \times 10^{-3}\ N}}$$

Fuerza tangencial (F_T)

$$\tau = \mu \frac{du}{dy}$$

además

$$\tau = F_T/A = FT/L^2$$

entonces

$$F_T = \mu\, L^2 \frac{du}{dy}$$

$\rho_{H2O}(20\ ºC) = 1 \times 10^3\ kg/m^3$
S = 0,90

$$\nu = \mu/\rho_{Aceite} = 3{,}8 \times 10^{-6}\ m^2/s$$
$$\nu = \mu/\rho_{H2O}S = 3{,}8 \times 10^{-6}\ m^2/s$$

entonces

$$\mu = \nu\rho_{H2O}S = 3{,}8 \times 10^{-6}\ m^2/s . 1 \times 10^3\ kg/m^3 . 0{,}90 = 3{,}42 \times 10^{-3}\ Ns/m^2$$

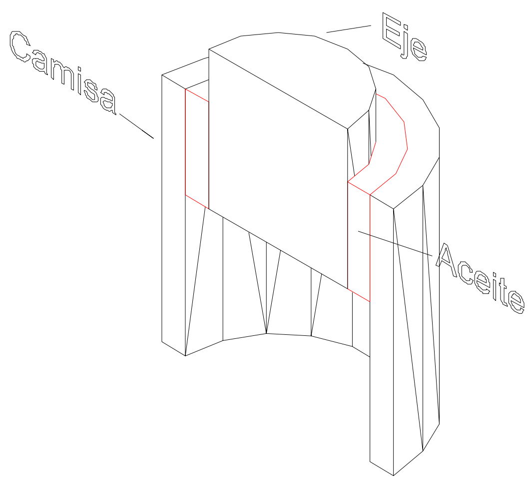
u = 10 cm/s = 0,1 m/s
finalmente

$$F_T = 400 \times 10^{-4}\ m^2 .\ 3{,}42 \times 10^{-3}\ \frac{Ns.}{m^2}\ \frac{0{,}1\ m/s}{1 \times 10^{-3}\ m} =$$

$$\boxed{\mathbf{F_T = 14{,}0 \times 10^{-3}\ N}}$$

Ejercicio propuesto en clase 3

Calcular la resistencia ofrecida por el aceite entre el eje y la camisa, si el eje se desplaza con una velocidad 0,5 m/s.



$\varnothing_{eje} = 8{,}00\ cm = 0{,}0800\ m$
$\varnothing_{cam} = 8{,}02\ cm = 0{,}0802\ m$
$t_{Aceite} = 80º$
S = 0,90
$\sigma = 0{,}03\ N/m$
$\nu = 0{,}005\ m^2/s$
L = 0,30 m

$$e = \frac{\varnothing_{cam} - \varnothing_{eje}}{2} = \frac{0{,}0802\ m - 0{,}0800\ m}{2} = 1 \times 10^{-4}\ m$$

Resolución

$$\tau = \mu \frac{du}{dy}$$

además

$$\tau = F/A$$

entonces

$$F = \mu A\frac{du}{dy}$$

$A = \pi\varnothing_{pro}L$

$$\varnothing_{pro} = \frac{\varnothing_{cam} + \varnothing_{eje}}{2} = \frac{0{,}0802\ m + 0{,}0800\ m}{2} = 0{,}0801\ m$$

entonces

$$A = \pi\varnothing_{pro}L = \pi.0{,}0801\ m.0{,}30\ m = 0{,}075\ m^2$$

Suponiendo temperatura del agua ambiente

$\rho_{H2O}(20\ ºC) = 1 \times 10^3\ kg/m^3$

$S = 0{,}90$

$$\nu = \mu/\rho_{Aceite} = 5{,}0 \times 10^{-3}\ m^2/s$$

$$\nu = \mu/\rho_{H2O}S = 5{,}0 \times 10^{-3}\ m^2/s$$

entonces

$$\mu = \nu\rho_{H2O}S = 5{,}0 \times 10^{-3}\ m^2/s.1000\ kg/m^3.0{,}90 = 4{,}5\ Ns/m^2$$

finalmente

$$F = 0{,}075\ m^2.\ 3{,}32 \times 10^{-3}\ \frac{Ns.}{m^2}\ \frac{0{,}5\ m/s}{1 \times 10^{-4}\ m} = 1698{,}58$$

$$\boxed{\mathbf{F = 1698{,}58\ N}}$$

Observación: Este es el resultado obtenido en clase por el Ing. Casteló

Suponiendo temperatura del agua a 80 ºC

$\rho_{H2O}(80\ ºC) = 971{,}8\ kg/m^3$

$S = 0{,}90$

$$\nu = \mu/\rho_{Aceite} = 5{,}0 \times 10^{-3}\ m^2/s$$

$$\nu = \mu/\rho_{H2O}S = 5{,}0 \times 10^{-3}\ m^2/s$$

entonces

$$\mu = \nu\rho_{H2O}S = 5{,}0 \times 10^{-3}\ m^2/s.971{,}8\ kg/m^3.0{,}90 = 4{,}37\ Ns/m^2$$

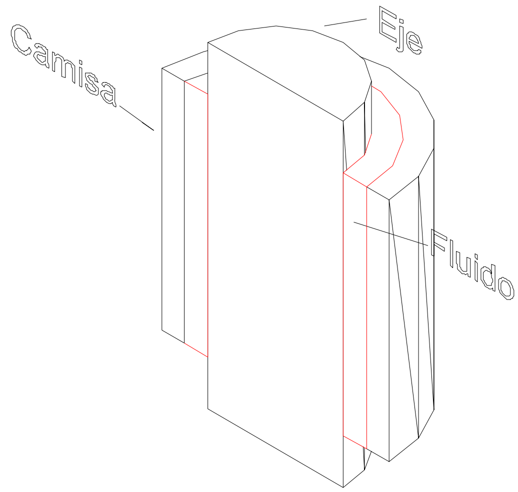
finalmente

$$F = 0{,}075\ m^2.\ 4{,}37\ \frac{Ns.}{m^2}\ \frac{0{,}5\ m/s}{1 \times 10^{-4}\ m} = 1649{,}51$$

$$\boxed{\mathbf{F = 1649{,}51\ N}}$$

Ejercicio 1-5

Un fluido newtoniano está en el espacio libre entre un eje y una camisa concéntrica. Cuando una fuerza de 600 N se aplica a la camisa paralela al eje, la camisa obtiene una velocidad de 1 m/s. Si se aplica una fuerza de 1500 N, ¿Qué velocidad obtendrá la camisa? La temperatura de la camisa permanece constante.



Resolución

$$F = \mu \frac{AU}{t}$$

$$600\ N = \frac{\mu A}{t} 1\ m/s$$

como el fluido, el espesor y el área de contacto es la misma, tenemos

$$cte = \frac{600\ N}{1\ m/s}$$

Ahora, si la fuerza es 1500 N tenemos

$$1500\ N = cte\ x$$

$$cte = \frac{1500\ N}{x}$$

igualando

$$\frac{600\ N}{1\ m/s} = \frac{1500\ N}{x}$$

$$x = \frac{1500\ N}{600\ N} 1\ m/s$$

$$\boxed{\mathbf{x = 2{,}5\ m/s}}$$

Ejercicio 1-10

Una balanza de resortes correctamente calibrada registra el peso de un cuerpo de 2 kg como 17,0 N en una localidad distante de la Tierra. ¿Cuál es el valor de g en esta localidad?

Resolución

$$P = gM$$

$$17 \text{ N} = g 2 \text{ kg}$$
$$g = \frac{17 \text{ N}}{2 \text{ kg}}$$

$$\boxed{\mathbf{g = 8{,}5\ \frac{m}{s^2}}}$$

Ejercicio 1-12

Conviértanse 10,4 unidades SI de viscosidad cinemática a unidades USC de viscosidad dinámica si S = 0,85.

Resolución

$$\nu = \mu/\rho_{H2O}S = 10{,}4 \text{ m}^2/\text{s}$$
$$\mu = \nu\rho_{H2O}S = 10{,}4 \text{ m}^2/\text{s}.1000 \text{ kg/m}^3.0{,}85 = 8840 \text{ kg/ms}$$

En el sistema USC

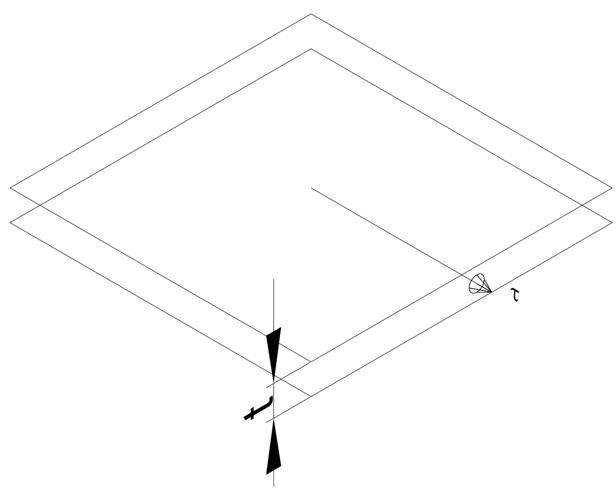
$$\mu = 8840 \frac{\text{kg}}{\text{ms}} \cdot \frac{1 \text{ slug}}{14{,}594 \text{ kg}} \frac{0{,}3048 \text{ ft}}{1 \text{ m}}$$

finalmente

$$\boxed{\mathbf{\mu = 184{,}6\ \frac{slug}{ft.s}}}$$

Ejercicio 1-14

Una placa situada a 0,5 mm de una placa fija se mueve a 0,25 m/s y requiere una fuerza por unidad de área de 2 Pa (N/m^2) para mantener esta velocidad. Determínese la viscosidad fluida de la sustancia entre las dos placas en unidades del SI.



t = 0,5 mm = 0,0005 m
U = 0,25 m/s
τ = 2,0 Pa

Resolución

$$\tau = \mu \frac{U}{t}$$

t

despejando

$$\mu = \frac{\tau t}{U} = \frac{2{,}0\ N/m^2 \ .\ 5{,}0 \times 10^{-4}\ m}{0{,}25\ m/s}$$

finalmente

$$\boxed{\mu = 4{,}0 \times 10^{-3}\ \frac{Ns}{m^2}}$$

Ejercicio 1-20

Un fluido tiene una viscosidad de 6 cP y una densidad de 50 lb_m/ft^3. Determínese su viscosidad cinemática en unidades USC y en stokes.

Resolución

Para el sistema c.g.s. tenemos

$$\rho = 50{,}0\ \frac{lb_m}{ft^3} \cdot \frac{0{,}4536\ kg}{1\ lb_m}\ \frac{1000\ gr}{1 kg}\ \frac{1\ ft^3}{0{,}02832\ m^3}\ \frac{1\ m^3}{1 \times 10^6 cm^3}$$

$$\rho = 0{,}80\ \frac{gr}{cm^3}$$

$$\mu = 6\ cP\ \frac{1\ x10^{-2}\ P}{1\ cP} = 6\ x10^{-2}\ P$$

Entonces

$$\nu = \frac{6\ x10^{-2}\ P}{0{,}80\ \frac{gr}{cm^3}}$$

$$\boxed{\nu = 0{,}0749\ stokes}$$

Para el sistema USC tenemos

$$\rho = 50{,}0\ \frac{lb_m}{ft^3}\ \frac{1\ slug}{32{,}174\ lb_m}$$

$$\rho = 1{,}55\ \frac{slug}{ft^3}$$

$$\mu = 6\ x10^{-2}\ \frac{gr}{cms}\ \frac{1\ kg}{1000\ gr}\ \frac{100\ cm}{1\ m}\ \frac{0{,}3048\ m}{1\ ft}\ \frac{1\ slug}{14{,}594\ kg}$$

$$\mu = 1{,}25\ x10^{-4}\ \frac{slug}{fts}$$

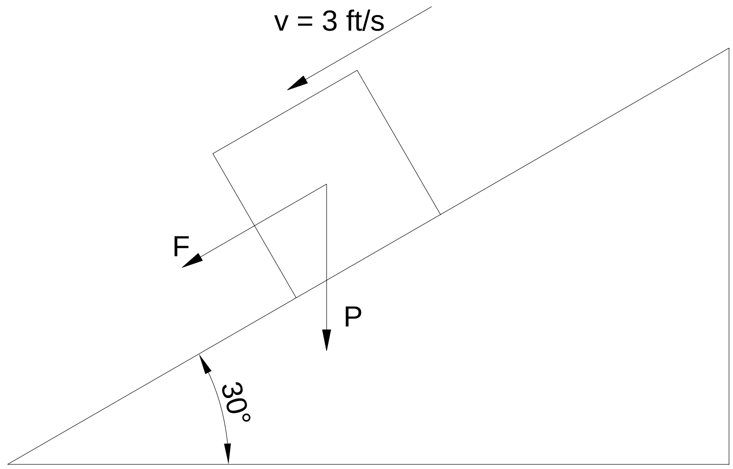
Entonces

$$\nu = \frac{1{,}25\ x10^{-4}\ slug/fts}{1{,}55\ \frac{slug}{ft^3}}$$

$$\boxed{\nu = 8{,}085\ x10^{-4}\ \frac{ft^2}{s}}$$

Ejercicio 1-22 (Resuelto en clase)

Un cuerpo con peso de 120 lb con área superficial plana se desliza hacia abajo sobre un plano inclinado lubricado que forma un ángulo de 30º con la horizontal. Para viscosidad de 1 P y velocidad del cuerpo de 3 ft/s, determine el espesor de la película lubricante.



P = 120 lb
A = 2 ft^2
θ = 30 º
μ = 1 P
v = 3 ft/s

Resolución

$$\tau = \frac{F}{A} = \mu \frac{U}{t}$$

despejando

$$t = \frac{A\mu U}{F}$$

Donde

$$F = P\,\text{sen } 30º$$
$$F = 120 \text{ lb sen } 30º = 60 \text{ lb}$$

además

$$\mu = 1 \text{ P} \frac{1}{479 \text{ P}} \text{slug/fts} = 2{,}09 \times 10^{-3} \frac{\text{slug}}{\text{fts}}$$

reemplazando

$$t = \frac{2 \text{ ft}^2 . 2{,}09 \times 10^{-3} \text{ slug/fts} . 3{,}0 \text{ ft/s}}{60 \text{ lb}} =$$
$$t = 2{,}088 \times 10^{-4} \text{ ft}$$
$$t = 2{,}088 \times 10^{-4} \text{ ft} \frac{0{,}3048 \text{ m}}{1 \text{ ft}} \frac{100 \text{ cm}}{1 \text{ m}} \frac{1 \text{ in}}{2{,}54 \text{ cm}}$$
$$\boxed{t = 2{,}505 \times 10^{-3} \text{ in}}$$

Ejercicio 1-33

Un gas con peso molecular 28 tiene un volumen de 4,0 ft^3 y una presión y temperatura de 2000 lb/ft^2 abs y 600º R, respectivamente. ¿Cuál es el volumen y peso específico?

Resolución

De la ecuación de gas perfecto

$$pv_s = RT$$

despejamos

$$v_s = \frac{RT}{p}$$

reemplazando $R = \dfrac{49709}{M}\dfrac{ft.lb}{slug^oR}$

$$v_s = \frac{49709\ ft.lb\ 600^oR}{28\ \ slug^oR\ 2000\ lb/ft^2}$$

$$\boxed{\mathbf{v_s = 532{,}6\ \frac{ft^3}{slug}}}$$

además

$$\gamma = \rho g = g/v_s$$

$$\gamma = \frac{32{,}174\ ft/s^2}{532{,}6\ \frac{ft^3}{slug}}$$

$$\boxed{\mathbf{\gamma = 0{,}06\ \frac{lb}{ft^3}}}$$

Ejercicio 1-38

Para un valor de K = 2,2 GPa para el módulo elástico a la compresión del agua ¿qué presión se requiere para reducir su volumen un 0,5 %?

Resolución

$$K = -\frac{dp}{dv/v}$$

Despejando

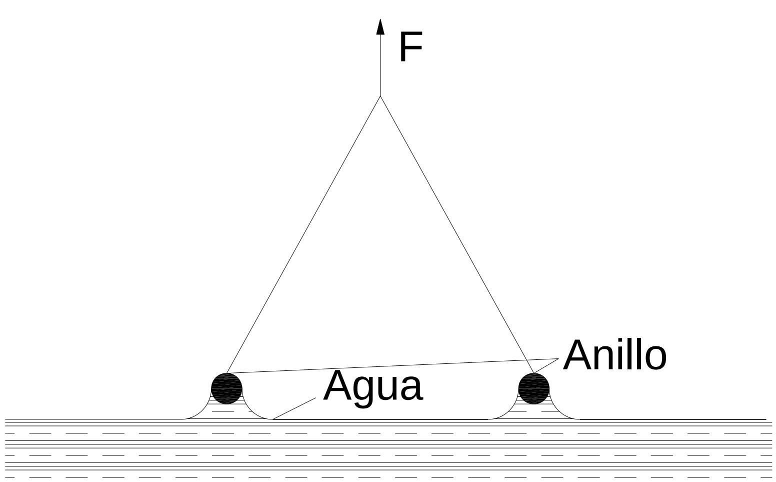
$$dp = -\frac{Kdv}{v}$$

$$dp = -2{,}2\ Gpa\ (-0{,}05\ )$$

$$\boxed{\mathbf{dp = 0{,}11\ Gpa}}$$

Ejercicio 1-47 (Resuelto en clase)

Un método para determinar la tensión superficial de un líquido es encontrar la fuerza que se necesita para retirar un anillo de alambre de platino colocado inicialmente sobre la superficie. Estímese la fuerza necesaria para quitar un anillo de 20 mm de diámetro de la superficie del agua a 20 ºC.



$\varnothing_{Anillo}$ = 20 mm = 0,02 m
t = 20 ºC

Resolución

$$F = \pi 2.\varnothing_{Anillo}\sigma$$

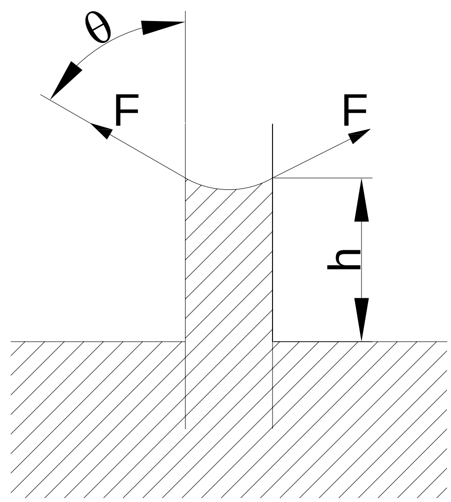
σ(20º C) = 0,074 N/m

$$F = \pi 2.0{,}02m0{,}074\ N/m$$

$$\boxed{\mathbf{F = 9{,}3 \times 10^{-3}\ N}}$$

Ejercicio 1-52 (Resuelto en clase)

Encuéntrese el ángulo a que la película causada por la tensión superficial deja el vidrio para un tubo vertical sumergido en el agua, si el diámetro de éste es 0,2 in y la elevación capilar es 0,09 in; σ = 0,005 lb/ft.



$\varnothing$ = 0,20 in
h = 0,09 in
σ = 0,005 lb/ft

Resolución

$$\gamma Ah = F\cos\theta$$
$$\gamma Ah = \sigma.\text{perímetro}.\cos\theta$$
$$\gamma Ah = \sigma.\pi.\varnothing.\cos\theta$$

Despejando

$$\cos\theta = \frac{\gamma.A.h}{\sigma.\pi.\varnothing}$$

Suponiendo la temperatura a 20 ºC, tenemos
γ = 62,29 lb/ft^3
$h = 0{,}09\ in.\frac{1\ ft}{12\ in} = 7{,}5 \times 10^{-3}\ ft$
$\varnothing = 0{,}20\ in.\frac{1\ ft}{12\ in} = 0{,}0166\ ft$
σ = 0,005 lb/ft

$$\cos\theta = \underline{62{,}92\ lb/ft^3.\pi.(0{,}0166\ ft)^2 7{,}5 \times 10^{-3}\ ft}$$

$$\cos\theta = \frac{4.\ 0{,}005\ lb/ft.\pi.\ 0{,}0166\ ft}{\frac{62{,}29\ lb/ft^3.\pi.\ (0{,}0166\ ft)^2\ 7{,}5 \times 10^{-3}\ ft}{4.\ 0{,}005\ lb/ft.\pi.\ 0{,}0166\ ft}}$$

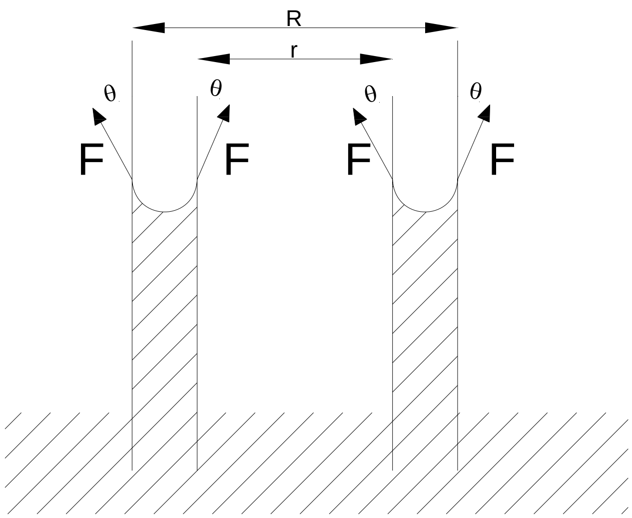
$$\cos\theta = 0{,}389$$

$$\theta = \arccos 0{,}389$$

$$\boxed{\theta = 67{,}08\ º}$$

Ejercicio 1-53

Dedúzcase una fórmula para la elevación capilar h entre dos tubos de vidrio concéntricos con radios R y r y ángulo de contacto θ.



Resolución

Por cada columna tendremos

$$\gamma Ah = F\cos\theta$$

$$\gamma Ah = \sigma.\text{perímetro}.\cos\theta$$

$$\gamma.\pi.\frac{\varnothing^2}{4}.h = \sigma.\pi.\varnothing.\cos\theta$$

donde $\varnothing = R - r$, entonces

$$\gamma.\pi.(R-r)^2.h = 4.\sigma.\pi.(R-r).\cos\theta$$

Simplificando

$$\gamma.\pi.(R-r).h = 4.\sigma.\pi.\cos\theta$$

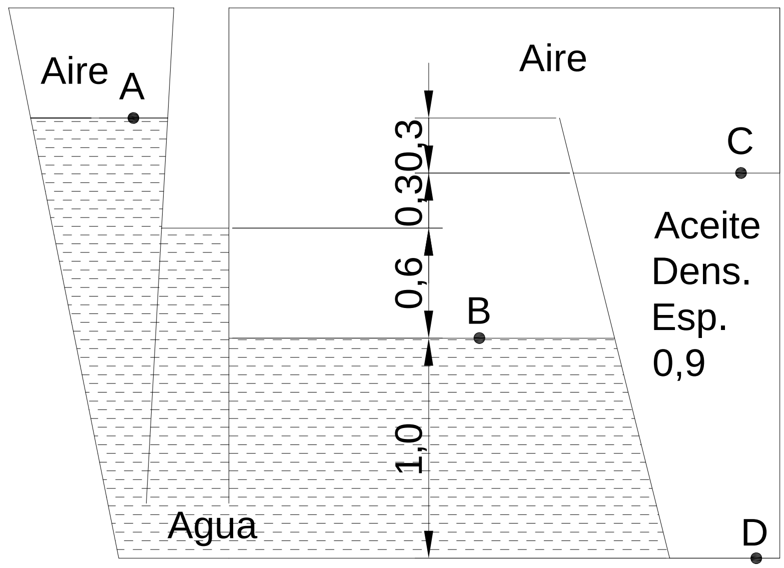
despejando

$$\boxed{h = \frac{4.\sigma.\cos\theta}{\gamma.(R-r)}}$$

Capítulo 2: Estática de fluidos

Ejercicio 2-4

Calcúlese la presión en A, B, C y D de la figura es pascales.



Resolución

Punto A

$$p_A = -\gamma h = -9806\ N/m^3.0{,}6\ m = -5883{,}60\ Pa$$

$$\boxed{\mathbf{p_A = -588\ KPa}}$$

Punto B

$$p_B = \gamma h = 9806\ N/m^3.0{,}6\ m = 5883{,}60\ Pa$$

$$\boxed{\mathbf{p_B = 588\ KPa}}$$

Punto C

$$p_C = p_B = 5883{,}60\ Pa$$

$$\boxed{\mathbf{p_C = 588\ KPa}}$$

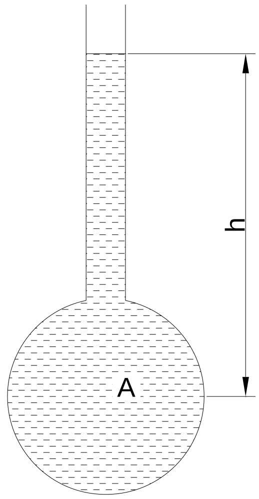
Punto D

$$p_D = p_C + \gamma h = 5883{,}60\ Pa + 0{,}9.9806\ N/m^3.1{,}9\ m = 22651{,}86\ Pa$$

$$\boxed{\mathbf{p_D = 2265\ KPa}}$$

Ejercicio 2-15

En la figura, para una lectura h = 20 in; determínese la presión en A en libras por pulgada cuadrada. El líquido tiene una densidad relativa de 1,90.



Datos

h = 20 in
S = 1,90

Resolución

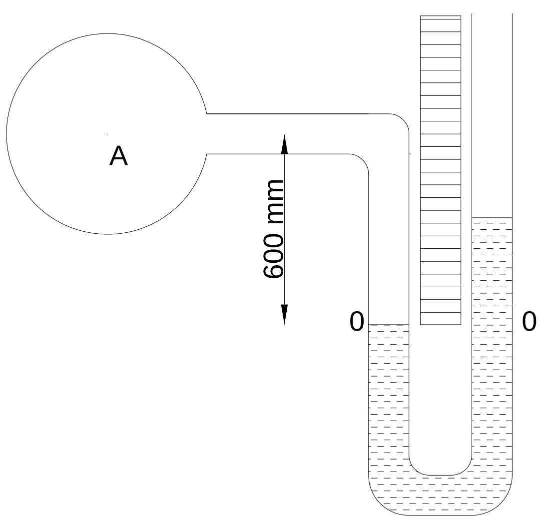
$$p_A = \gamma h$$

$$p_A = 1{,}90 . 62{,}42 \frac{lb}{ft^3} . \frac{1}{1728} \frac{ft^3}{in^3} = 0{,}069 \frac{lb}{in^2}$$

$$\boxed{p_A = 0{,}069 \frac{lb}{in^2}}$$

Ejercicio 2-24

En la figura, A contiene agua y el fluido manométrico tiene una densidad relativa de 2,94. Cuando el menisco izquierdo está en cero en la escala, p_A = 100 mmH_2O. Encuéntrese la lectura en el menisco derecho para p_A = 8 kPa sin ningún ajuste del tubo en U o de la escala.



Datos

$S = 2{,}94$
$p_A^0 = 100\ mmH_2O$
$p_A = 8\ kPa$

Resolución

Cuando el meñisco izquierdo maraca cero tenemos

$$p_A + \gamma_{H2O} h_1 - S\gamma_{H2O} h_i = 0$$

$$100\ mmH_2O.\frac{1\ \ m}{1000\ mm}.\frac{101325\ \ pa}{10{,}34\ \ mH_2O} + 9806\ \frac{N}{m^3}\ 600\ mm.\frac{1m}{1000\ mm} - 2{,}94.9806\ N/m^3\ h_i = 0$$

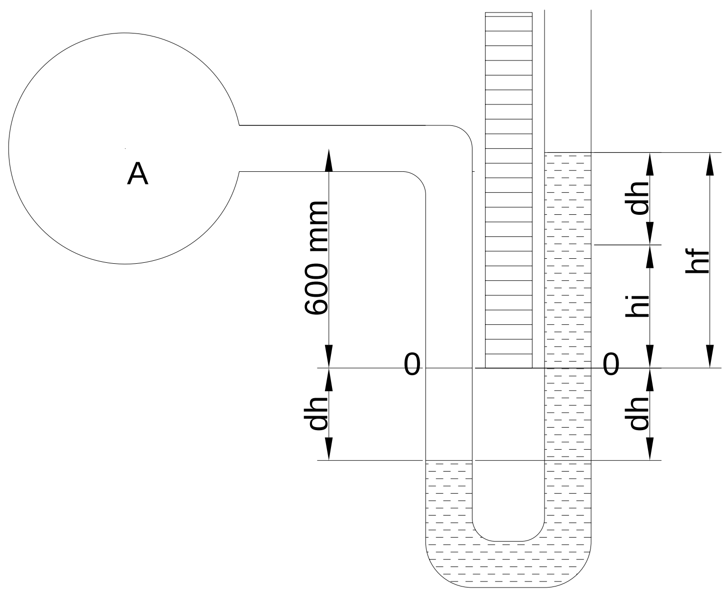
$$979{,}93\ Pa + 5883{,}6\ Pa - 28829{,}64\ N/m^3\ h_i = 0$$

Despajando

$$h_i = \frac{-\ 979{,}93\ Pa - 5883{,}6\ Pa}{-\ 28829{,}64\ N/m^3} = 0{,}240\ m$$

$$\boxed{\mathbf{h_i = \ 0{,}240\ m}}$$

Cuando aumentamos la presión en A tenemos



$$p_A + \gamma_{H2O}(h_1 + \Delta h) - S\gamma_{H2O}(h_i + 2\Delta h)= 0$$

$$p_A + \gamma_{H2O} h_1 + \gamma_{H2O}\ \Delta h - S\gamma_{H2O} h_i - S\gamma_{H2O} 2\Delta h = 0$$

$$p_A + \gamma_{H2O} h_1 - S\gamma_{H2O} h_i = S\gamma_{H2O} 2\Delta h - \gamma_{H2O}\ \Delta h$$

$$p_A + \gamma_{H2O} h_1 - S\gamma_{H2O} h_i = \Delta h(2.S.\gamma_{H2O} - \gamma_{H2O})$$

$$\Delta h = \frac{p_A + \gamma_{H2O} h_1 - S\gamma_{H2O} h_i}{(2.S.\gamma_{H2O} - \gamma_{H2O})}$$

Reemplazando

$$\Delta h = \frac{8000\ Pa + 9806\ N/m^3 0{,}6\ m - 2{,}94.9806\ N/m^3 0{,}240\ m}{(2.2{,}94.\ 9806\ N/m^3 - 9806\ N/m^3)} =$$

$$\mathbf{\Delta h = 0{,}145\ m}$$

Finalmente la lectura en el lado derecho será

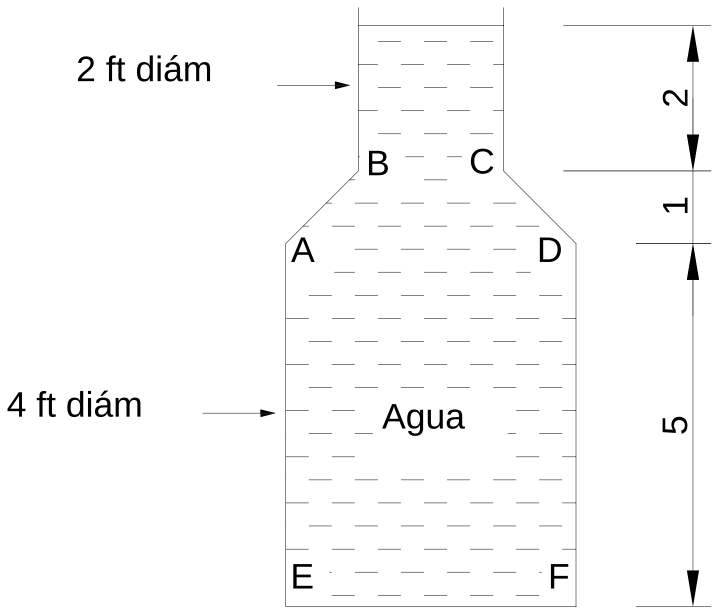
$$h_f = h_i + \Delta h$$

$$h_f = 0{,}240\ m + 0{,}145\ m = 0{,}385\ m$$

$$\boxed{\mathbf{h_f = 385\ mm}}$$

Ejercicio 2-33

El recipiente mostrado en la figura tiene una sección transversal circular. Determínese la fuerza hacia arriba sobre la superficie del tronco de cono ABCD. ¿Cuál es la fuerza hacia abajo sobre el plano EF?¿Es, esta fuerza, igual al peso del fluido? Explique.

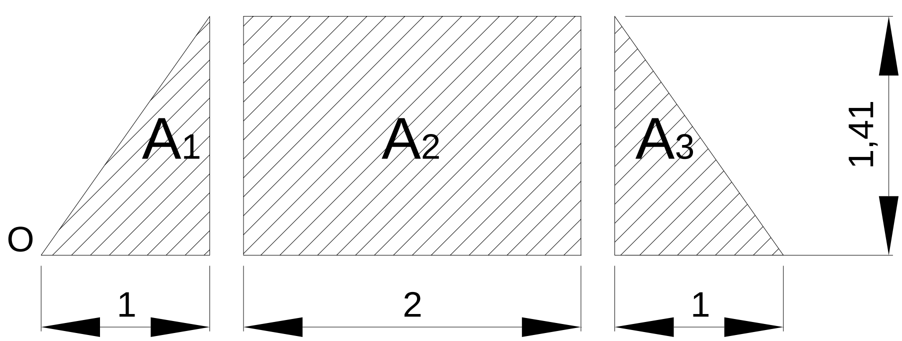


Datos

$\varnothing_{mayor} = 4,00\ ft$
$\varnothing_{menor} = 2,00\ ft$
$\theta = \arctan\left(\frac{1,00\ ft}{1,00\ ft}\right) = 45\ º$

Resolución

Sobre ABCD



$$A = A_1 + A_2 + A_3$$
$$A = ½\ 1,00\ ft.1,414\ ft + 2,00\ ft.1,414\ ft + ½\ 1,00\ ft.1,414\ ft$$
$$A = 4,245\ ft^2$$

$$Ay'_p = A_1y_1 + A_2y_2 + A_3y_3$$
$$y'_p = \frac{0{,}707\ ft^2\,0{,}47\ ft + 2{,}828\ ft^2 x0{,}707\ ft + 0{,}707\ ft^2\,0{,}47\ ft}{4{,}245\ ft^2}$$
$$y'_p = 0{,}628\ ft$$
$$y_p = 2ft + 1{,}41\ ft - y'_p = 2{,}786\ ft$$
$$\mathbf{y_p = 2{,}786\ ft}$$

$$F_n = \gamma y_p A = 62{,}4\ \frac{lb}{ft^3}.2{,}786\ ft.4{,}245\ ft^2 = 737{,}98\ lb$$
$$F_v = F_n \cos\theta = 737{,}98\ lb \cos 45 = 521{,}83\ lb$$
$$\boxed{\mathbf{F_v = 52183\ lb}}$$

Sobre EF

$$\cancel{V}_1 = 2\pi x_p A$$

$$A = ½\ 1{,}00\ ft.1{,}00\ ft + 5{,}00\ ft.1{,}00\ ft = 5{,}50\ ft$$
$$x_p = \frac{0{,}50\ ft^2\,0{,}66\ ft + 5{,}00\ ft^2 x0{,}50\ ft}{5{,}50\ ft}$$
$$x_p = 0{,}51\ ft$$

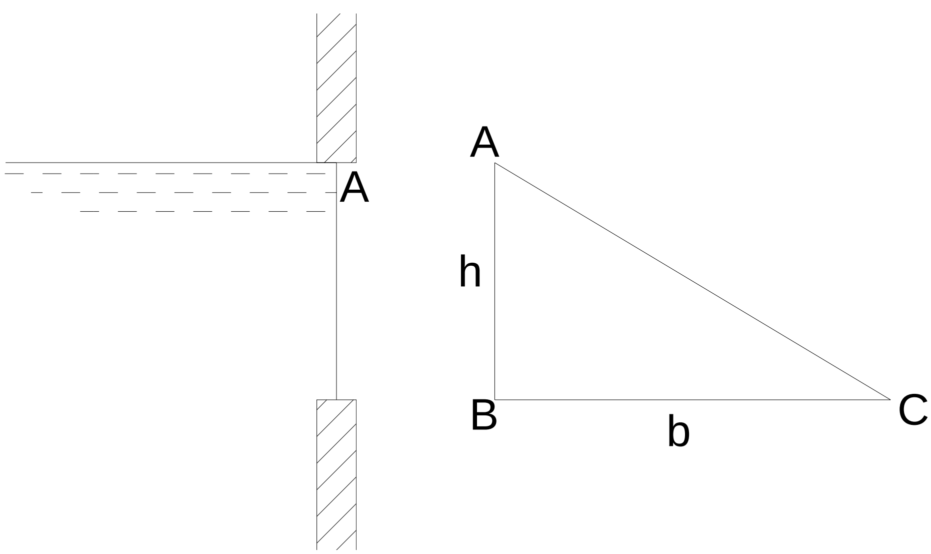
$$\cancel{V}_1 = 2\pi x_p A = 2\pi.0{,}51\ ft.5{,}50\ ft^2$$
$$\cancel{V}_1 = 17{,}80\ ft^3$$

$$\cancel{V}_2 = hA = 8{,}00\ ft\pi(1{,}00\ ft)^2$$
$$\cancel{V}_2 = 25{,}13\ ft^3$$

$$\cancel{V} = 17{,}80\ ft^3 + 25{,}13\ ft^3 = 42{,}93\ ft^3$$
$$F_n = 42{,}93\ ft^3\ 62{,}4\ lb/ft^3$$
$$\boxed{\mathbf{F_n = 267900\ lb}}$$

Ejercicio 2-36

Una superficie triangular de ángulo recto vertical tiene un vértice en la superficie libre de un líquido. Encuéntrese la fuerza sobre un lado (a) por integración y (b) por fórmula.



Resolución

Por integración

$$F = \int_A p\,dA$$
$$= \int_A \gamma y x\,dy$$
$$= \gamma\int_0^h yx\,dy$$

donde

$$y = \frac{h}{b}x$$
$$x = \frac{b}{h}y$$

reemplazando

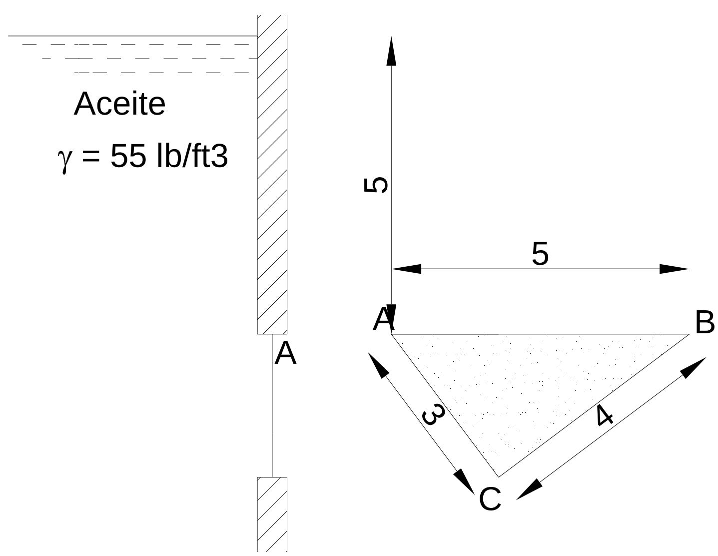
$$F = \gamma\int_0^h \frac{(by)}{h} y\,dy$$
$$F = \gamma\int_0^h \frac{y^2 b}{h}dy$$
$$F = \frac{\gamma b}{h}\int_0^h y^2 dy$$
$$\boxed{\mathbf{F = \frac{1}{3}\gamma b h^2}}$$

Por formula

$$F = \mathbf{p}dA$$
$$F = \gamma\mathbf{h}dA$$
$$F = \gamma\,\frac{2}{3}h.\frac{bh}{2}$$
$$\boxed{\mathbf{F = \frac{1}{3}\gamma b h^2}}$$

Ejercicio 2-37

Determínese la magnitud de la fuerza que actúa sobre una lado del triángulo vertical ABC de la figura (a) por integración y (b) por fórmula.



Resolución

Por integración

$$dF = pdA$$
$$dF = \gamma yxdy$$
$$F = \gamma \int yxdy$$

donde

$$x = \frac{5,0}{2,4}(7,40 - y)$$

reemplazando

$$F = \gamma \int_5^{7,4} \left(\frac{37,0}{2,4} - \frac{5,0}{2,4}y\right) ydy$$
$$F = \gamma \int_5^{7,4} \left(\frac{37,0}{2,4}y - \frac{5,0}{2,4}y^2\right) dy$$
$$F = \gamma \int_5^{7,4} \frac{37,0}{2,4}y - \gamma \int_5^{7,4} \frac{5,0}{2,4}y^2 dy$$
$$F = \gamma \frac{37,0}{2,4} \int_5^{7,4} y - \gamma \frac{5,0}{2,4} \int_5^{7,4} y^2 dy$$
$$F = -\gamma \frac{37,0}{2,4}\left[\frac{y^2}{2}\Big|_5^{7,4}\right] + \gamma \frac{5,0}{2,4}\left[\frac{y^3}{3}\Big|_5^{7,4}\right]$$
$$F = -55,0.\ \frac{37,0}{2,4}\left[\frac{7,4^2}{2} - \frac{5,0^2}{2}\right] + 55,0.\ \frac{5,0}{2,4}\left[\frac{7,4^3}{3} - \frac{5,0^3}{3}\right]$$

finalmente

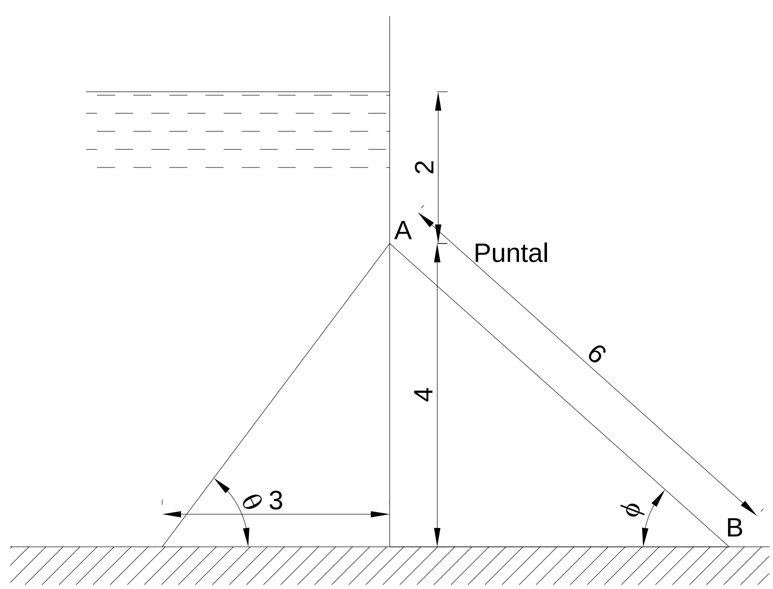
$$\boxed{\mathbf{F = 1914,00\ lb}}$$

Por formula

$$F = \mathbf{p}A$$
$$F = \gamma \mathbf{h}A$$
$$F = \gamma\ (5,00\ ft + \frac{1}{3}h).\frac{bh}{2}$$
$$F = 55,00\ \frac{lb}{ft^3}(5,00\ ft + \frac{2,40ft}{3}).\frac{5,00\ ft.2,40\ ft}{2}$$
$$\boxed{\mathbf{F = 1914,00\ lb}}$$

Ejercicio 2-46

La presa de la figura tiene un puntal AB cada 6m. Determínese la fuerza compresiva en el puntal, descartando el peso de la presa.



Resolución

$$\theta = \text{arc tan}\ (4{,}00\ m/3{,}00\ m) = 53º\ 07'\ 48''$$
$$\varphi = \text{arc sen}\ (6{,}00\ m/4{,}00\ m) = 41º\ 48'\ 37''$$

$$F_A = F_H + F_L$$

Donde

$$F_H = \gamma hA\cos\varphi$$

como el punto de aplicación de la fuerza, es decir A, está en el centroide del área donde se calcula la presión, la altura del área será

$$\mathbf{h_H} = \frac{2h_H}{3} \Rightarrow h_H = \frac{3}{2}\ \mathbf{2{,}00\ m} = 3{,}00\ m$$

Por prisma de presión

$$F_H = 9{,}806\ \frac{kN}{m^3}\ \frac{3{,}00\ m}{2}\ 3{,}00\ m\ 6{,}00\ m\ \cos 41º\ 48'\ 37'' =$$

$$\mathbf{F_H = 197{,}34\ kN}$$

Por otro lado

$$\mathbf{h_L} = \frac{2h_L}{3} \Rightarrow h_L = \frac{3}{2}\ \mathbf{2{,}50\ m} = 3{,}75\ m$$

$$F_L = 9{,}806\ \frac{kN}{m^3}\ \frac{3{,}75\ m}{2}\ 3{,}75\ m\ 6{,}00\ m\ \cos (53º\ 07'\ 48'' - 41º\ 48'\ 37'') =$$

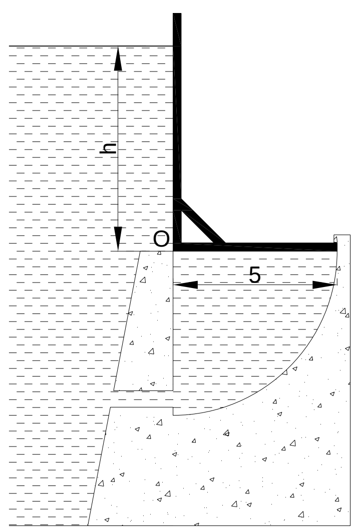
$$\mathbf{F_L = 405{,}64\ kN}$$

finalmente

$$F_A = F_H + F_L$$
$$F_A = 197{,}34\ kN + 405{,}64\ kN$$
$$\boxed{\mathbf{F_A = 602{,}98\ kN}}$$

Ejercicio 2-59

La compuerta de la figura pesa 300 lb/ft normal al papel. Su centro de gravedad está a 1,5 pie de la cara izquierda y 2,0 ft arriba de la cara más baja. Tiene un gozne en 0. Determínese la posición de la superficie del agua cuando la puerta apenas comienza a subir. (La superficie del agua está abajo del gozne.)



Resolución

$$E = \gamma h(h/2)$$
$$E = \frac{\gamma h^2}{2}$$

$\Sigma M_o = 0$

$$E[5 - h + (2/3)h] = xP_C$$
$$E[5 - (1/3)h] = xP_C$$
$$5E - E(1/3)h = xP_C$$

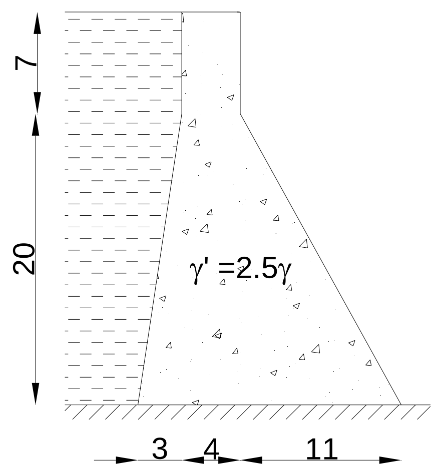
reemplazando

$$5\frac{\gamma h^2}{2} - \frac{\gamma h^2}{2}(1/3)h = xP_C$$
$$\frac{5}{2}\gamma h^2 - \frac{1}{6}\gamma h^3 - xP_C = 0$$
$$\frac{5}{2}.62{,}42\ \frac{lb}{ft^3}\ h^2 - \frac{1}{6}.62{,}42\ \frac{lb}{ft^3}\ h^3 - 1{,}50\ ft300{,}00\ lb = 0$$
$$-\ 10{,}40\ \frac{lb}{ft^3}h^3 + 156{,}05\ \frac{lb}{ft^3}h^2 - 450\ lb = 0$$
$$\boxed{h = \mathbf{1{,}81\ ft}}$$

Observación: Esta distancia es medida desde el pelo libre hasta el orificio.

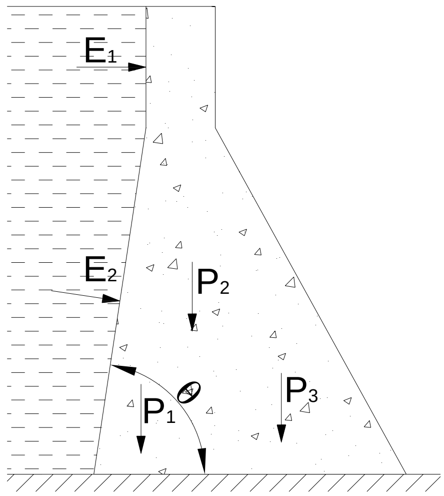
Ejercicio 2-66

Para una variación lineal de esfuerzo sobre la base de la presa de la figura. (a) Localice donde la resultante cruza la base y (b) calcúlese los esfuerzos compresivos máximos y mínimos en la base. Ignore la elevación hidrostática.



Resolución

a)



$$\theta = \text{arc tan } (20/3) = 81º\ 28'\ 9''$$

$$E_1 = \gamma h^2 0{,}5$$
$$E_1 = \gamma 7{,}00 \text{ m } 7{,}00 \text{ m } 0{,}5 = \gamma 24{,}50 \text{ m}^2$$
$$E_2 = \gamma h 0{,}5 l$$

Donde

$$l = h/\text{sen } \theta = 20{,}00 \text{ m}/\text{sen } 81º\ 28'\ 9'' = 20{,}22 \text{ m}$$
$$E_2 = \gamma(7{,}00 \text{ m} + 27{,}00 \text{ m})0{,}5.20{,}22 \text{ m} = \gamma 343{,}80 \text{ m}^2$$
$$P_1 = \gamma'.A_1$$
$$P_1 = 2{,}5\gamma.3{,}00 \text{ m } 20{,}00 \text{ m } 0{,}5 = \gamma 75{,}00 \text{ m}^2$$
$$P_2 = \gamma'.A_2$$
$$P_2 = 2{,}5\gamma.4{,}00 \text{ m } 27{,}00 \text{ m} = \gamma 270{,}00 \text{ m}^2$$
$$P_3 = \gamma'.A_3$$
$$P_3 = 2{,}5\gamma.11{,}00 \text{ m } 20{,}00 \text{ m } 0{,}5 = \gamma 275{,}00 \text{ m}^2$$
$$R_X = E_1 + E_2 \text{sen } \theta = \gamma 24{,}50 \text{ m}^2 + \gamma 343{,}80 \text{ m}^2 \text{sen } 81º\ 28'\ 9'' = \gamma 364{,}00 \text{ m}^2$$

$$R_Y = P_1 + P_2 + P_3 + E_2 \cos \theta =$$
$$R_Y = \gamma 75{,}00 \text{ m}^2 + \gamma 270{,}00 \text{ m}^2 + \gamma 275{,}00 \text{ m}^2 + \gamma 343{,}80 \text{ m}^2 \cos 81º\ 28'\ 9'' = \gamma 670{,}99 \text{ m}^2$$

$$l_{E2} = \frac{l p_1 l 0{,}5 + l p_2 0{,}5 l (2/3)}{l p_1 + l p_2 0{,}5} =$$

$$l_{E2} = \frac{(20{,}22 \text{ m})^2 7{,}00 \text{ m} 0{,}5 + (20{,}22 \text{ m})^2 20{,}00 \text{ m} 0{,}5(1/3)}{(20{,}22 \text{ m})7{,}00 \text{ m} + (20{,}22 \text{ m})20{,}00 \text{ m} 0{,}5} = 8{,}13 \text{ m}$$

$$y_{E1} = 20{,}00 \text{ m} + 7{,}00 \text{ m}(1/3) = 22{,}33 \text{ m}$$
$$x_1 = 3{,}00 \text{ m } (2/3) = 2{,}00 \text{ m}$$
$$x_2 = 3{,}00 \text{ m} + 4{,}00 \text{ m } 0{,}5 = 5{,}00 \text{ m}$$
$$x_3 = 7{,}00 \text{ m} + 11{,}00 \text{ m } (1/3) = 10{,}67 \text{ m}$$

$\Sigma M_A = 0$

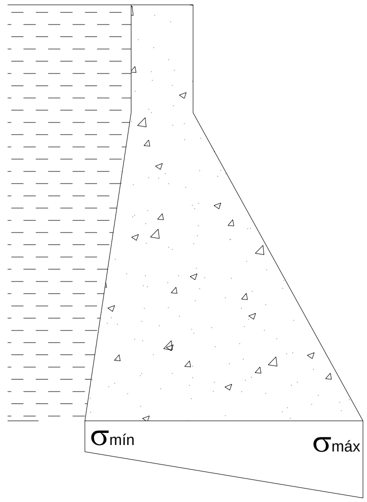
$$R_Y x_R - E_1 y_{E1} - E_2 l_{E2} - P_1 x_1 - P_2 x_2 - P_3 x_3 = 0$$

$$x_R = \frac{E_1 y_{E1} + E_2 l_{E2} + P_1 x_1 + P_2 x_2 + P_3 x_3}{R_Y} =$$

$$x_R = \frac{\gamma 24{,}50 \text{ m}^2 22{,}30 \text{ m} + \gamma 343{,}80 \text{ m}^2\ 8{,}13 \text{ m} + \gamma 75{,}00 \text{ m}^2\ 2{,}00 \text{ m} + \gamma 270{,}00 \text{ m}^2\ 5{,}00 \text{ m} + \gamma 275{,}00 \text{ m}^2 10{,}67 \text{ m}}{\gamma 670{,}99 \text{ m}^2}$$

$$\boxed{\mathbf{x_R = 11{,}588 \text{ m}}}$$

b)



$$R_Y = \sigma_m L$$
$$\sigma_{máx} + \sigma_{min} = 2R_Y/L$$
$$\sigma_{máx} = 2R_Y/L - \sigma_{min}$$

$\Sigma M_A = 0$

$$R_Y x_R - \sigma_{mín}L\frac{L}{2} - \frac{(\sigma_{máx} - \sigma_{min})}{2}L\frac{2L}{3} = 0$$
$$\frac{(\sigma_{máx} + \sigma_{min})}{2}Lx_R - \sigma_{mín}L\frac{L}{2} - \frac{(\sigma_{máx} - \sigma_{min})}{2}L\frac{2L}{3} = 0$$
$$\frac{\sigma_{máx}11{,}58\text{ m}}{2} + \frac{\sigma_{min}11{,}58\text{ m}}{2} - \frac{\sigma_{mín}18{,}00\text{ m}}{2} - \frac{\sigma_{máx}18{,}00\text{ m}}{3} + \frac{\sigma_{min}18{,}00\text{ m}}{3} = 0$$
$$\sigma_{máx}5{,}79\text{ m} + \sigma_{min}5{,}79\text{ m} - \sigma_{mín}9{,}00\text{ m} - \sigma_{máx}6{,}00\text{ m} + \sigma_{min}6{,}00\text{ m} = 0$$
$$\sigma_{máx}(5{,}79\text{ m} - 6{,}00\text{ m}) + \sigma_{min}(6{,}00\text{ m} + 5{,}79\text{ m} - 9{,}00\text{ m}) = 0$$
$$\sigma_{máx}(-\,0{,}21\text{ m}) + \sigma_{min}2{,}79\text{ m} = 0$$
$$\sigma_{máx} = \sigma_{min}13{,}55\text{ m} = 0$$

reemplazando

$$\sigma_{min}13{,}55\text{ m} = 2R_Y/L - \sigma_{min}$$
$$\sigma_{mín} + \sigma_{min}13{,}55\text{ m} = 2R_Y/L$$
$$\sigma_{min}(1 + 13{,}55\text{ m}) = 2R_Y/L$$
$$\sigma_{min}(1 + 13{,}55\text{ m}) = 2\gamma 670{,}99\text{ m}^2/18{,}00\text{ m}$$
$$\sigma_{min} = \frac{2\gamma 670{,}99\text{ m}^2}{18{,}00\text{ m}(1 + 13{,}55)} =$$

$$\boxed{\boldsymbol{\sigma_{min} = \gamma 5{,}12}}$$

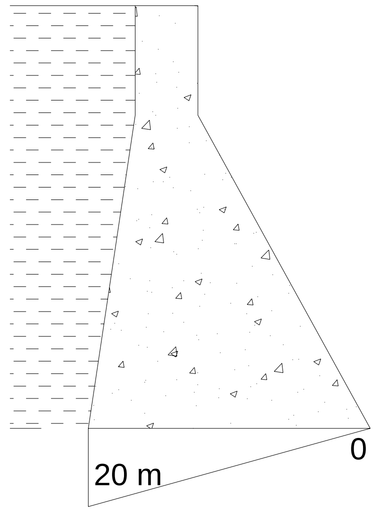
reemplazando

$$\sigma_{máx} = 2R_Y/A - \sigma_{min}$$
$$\sigma_{máx} = \frac{2\gamma 670{,}99\text{ m}^2}{18{,}00\text{ m}^2} - \gamma 5{,}12$$

$$\boxed{\boldsymbol{\sigma_{máx} = \gamma 69{,}43}}$$

Ejercicio 2-67

Resuélvase el problema 2-66 con la adición de que la elevación hidrostática varía linealmente desde 20 m en A hasta cero en la punta de la presa.



Resolución

$$E_1 = \gamma 24{,}50\ m^2$$
$$E_2 = \gamma 343{,}80\ m^2$$
$$P_1 = \gamma 75{,}00\ m^2$$
$$P_2 = \gamma 270{,}00\ m^2$$
$$P_3 = \gamma 275{,}00\ m^2$$

$$R_X = E_1 + E_2 \mathrm{sen}\ \theta = \gamma 364{,}50\ m^2$$

Si llamamos V a la elevación hidrostática, tenemos

$$V = \gamma 20{,}00\ m.18{,}00\ m.0{,}5 = \gamma 180\ m^2$$
$$R_Y = P_1 + P_2 + P_3 + E_2 \cos\theta - V =$$
$$R_Y = \gamma 75{,}00\ m^2 + \gamma 270{,}00\ m^2 + \gamma 275{,}00\ m^2 + \gamma 343{,}80\ m^2 \cos 81º\ 28'\ 9'' - \gamma 180\ m^2 = \gamma 490{,}99\ m^2$$
$$l_{E2} = 8{,}13\ m$$
$$y_{E1} = 22{,}33\ m$$
$$x_1 = 2{,}00\ m$$
$$x_2 = 5{,}00\ m$$
$$x_3 = 10{,}67\ m$$
$$x_V = (1/3)18{,}00\ m = 6{,}00\ m$$

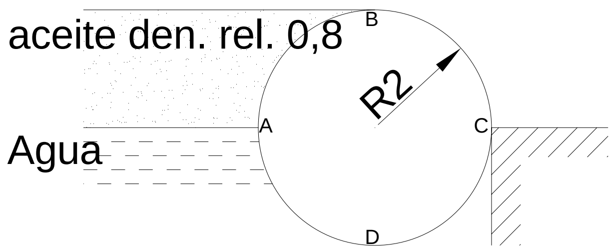
$\Sigma M_A = 0$

$$R_Y x_R - E_1 y_{E1} - E_2 l_{E2} - P_1 x_1 - P_2 x_2 - P_3 x_3 + V x_V = 0$$
$$x_R = \frac{E_1 y_{E1} + E_2 l_{E2} + P_1 x_1 + P_2 x_2 + P_3 x_3 - V x_V}{R_Y} =$$
$$x_R = \frac{\gamma 24{,}50\ m^2 22{,}30\ m + \gamma 343{,}80\ m^2\ 8{,}13\ m + \gamma 75{,}00\ m^2\ 2{,}00\ m + \gamma 270{,}00\ m^2\ 5{,}00\ m + \gamma 275{,}00\ m^2 10{,}67\ m - \gamma 180\ m^2 6{,}00\ m}{\gamma 490{,}99\ m^2} =$$

$$\boxed{\mathbf{x_R = 13{,}640\ m}}$$

Ejercicio 2-89

Un tronco detiene el agua como se muestra en la figura. Determínese (a) la fuerza por metro que lo empuja contra la presa, (b) el peso del cilindro por metro de longitud, y (c) su densidad relativa.



Resolución

a)

$$F_H = F_{AB} + F_{AD} - F_{DC}$$

$$F_H = F_{AB} = S_A\gamma \mathbf{h}h = 0{,}80\ .9{,}806\ \frac{kN}{m^3}.1{,}00\ m.2{,}00\ m$$

$$\boxed{\mathbf{F_H = 15{,}69\ kN/m}}$$

b)

$$F_V = -F_{AB} + F_{ADB} + F_{BDC}$$

donde $F_{ADB} = F_{BDC}$, entonces

$$F_V = -S_A\gamma A + 2.\gamma A$$

$$F_V = -S_A\gamma(R^2 - (1/4)\pi R^2) + 2.\gamma\ (R^2 + (1/4)\pi R^2)$$

$$F_V = -S_A\gamma R^2\ (1 - \pi/4) + 2.\gamma R^2(1 + \pi/4)$$

$$F_V = -0{,}80.9{,}806\ kN.(2{,}00\ m)^2(1 - \pi/4) + 2.\ 9{,}806\ kN.(2{,}00\ m)^2(1 + \pi/4)$$

$$F_V = -0{,}80.9{,}806\ kN.(2{,}00\ m)^2(1 - \pi/4) + 2.\ 9{,}806\ kN.(2{,}00\ m)^2(1 + \pi/4)$$

$$\boxed{\mathbf{F_V = 133{,}32\ kN/m}}$$

c)

$$\gamma_T = F_V/V_T$$

$$\gamma_T = \frac{133{,}32\ kN/m}{\pi(2{,}00\ m)^2} = 10{,}61\ \frac{kN}{m^3}$$

$$S_T = \gamma_T/\gamma_A$$

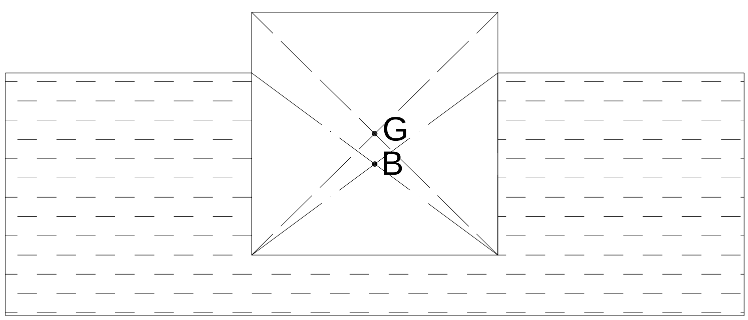
$$S_T = \frac{10{,}61\ kN/m^3}{9{,}806\ kN/m^3}$$

$$\boxed{\mathbf{S_T = 1{,}08}}$$

Ejercicio 2-104

¿Flotará en agua una viga de 4 m de largo con sección transversal cuadrada y S = 0,75 manteniéndose en equilibrio estable con dos lados horizontales?

Resolución



$$W = E$$

$$S\gamma V = \gamma V'$$

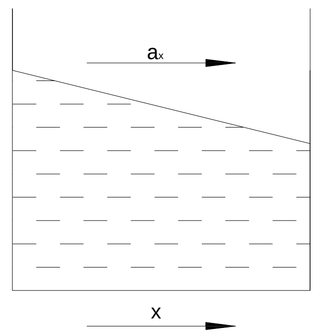
$$S\gamma h^2 L = \gamma h h' L$$
$$Sh = h'$$
$$S = h'/h = 0,75$$

Esto significa que la altura sumergida será menor que la altura del objeto, y por ser una sección cuadrada el centro de gravedad estará por encima del centro de flotación lo que significa que el cuerpo **NO** está en equilibrio estable para los dos lados horizontales.

Ejercicio 2-108

Un tanque de líquido S = 0,88 es acelerado uniformemente en una dirección horizontal de tal forma que la presión disminuya dentro del líquido 20 kPa/m en la dirección del movimiento. Determínese la aceleración.

Resolución



$$p = p_0 - S\gamma \frac{a_x}{g} x$$

$$p - p_0 = -S\gamma \frac{a_x}{g} x$$

$$a_x = -\frac{\Delta p g}{S\gamma x}$$

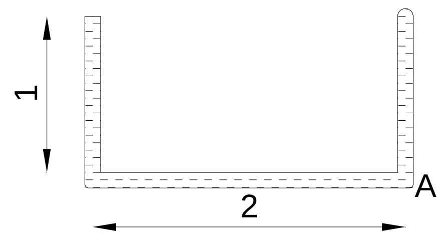
reemplazando

$$a_x = -\frac{(-20000 \frac{Pa}{m}) 9{,}806 \frac{m^2}{s}}{0{,}88 \times 9806 \frac{N}{m^3}}$$

$$\boxed{\mathbf{a_x = 22{,}73\ m^2/s}}$$

Ejercicio 2-117

El tubo de la figura está lleno de líquido con densidad relativa 2,40. Cuando se acelera a la derecha 8,05 ft/s^2, dibuje la superficie libre imaginaria y determínese la presión en A. Para p_A = 8 psi de vacío determínese a_x.

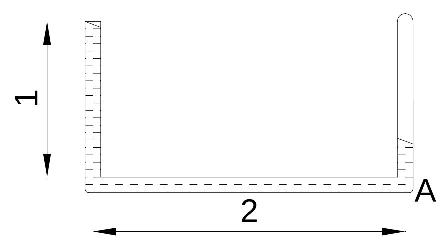


Resolución

$$p = -S\gamma \frac{a_x}{g} x$$

$$p = -2{,}40 \times 62{,}4 \frac{lb}{ft^3} \frac{8{,}05 \frac{ft}{s^2}}{32{,}174 \frac{ft}{s^2}} 2\ ft$$

$$\boxed{\mathbf{p = -\ 74{,}84\ \frac{lb}{ft^2}}}$$



Sí

$$p_A = -\ 8\ \text{psi}.\frac{144\ in^2}{1\ \ ft^2} = -\ 1152\ \frac{lb}{ft^2}$$

entonces

$$a_x = -\frac{pg}{S\gamma x}$$

$$a_x = -\frac{(-1152 \frac{lb}{ft^2})32{,}174 \frac{ft}{s^2}}{2{,}4 \times 62{,}4 \frac{lb}{ft^3} 2\ ft}$$

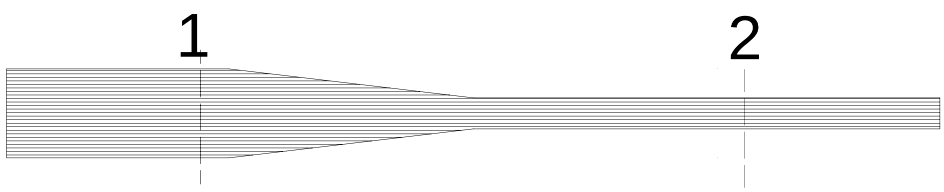
$$\boxed{\mathbf{a_x = 123{,}75\ ft/s^2}}$$

Capítulo 3: Ecuaciones básicas y concepto de flujo de fluidos

Ejercicio 3-6

Una tubería lleva aceite, densidad relativa 0,86, a V = 2 m/s por un tubo de 200 mm de diámetro interior. En otra sección el diámetro es de 70 mm. Encuéntrese la velocidad en esta sección y el flujo de masa en kilogramos por segundo.

Resolución



Aceite, dens. rel. 0,86

Como la densidad no cambia y el flujo es permanente, podemos aplicar la ecuación de continuidad, es decir

$$V_1 A_1 = V_2 A_2$$

entonces

$$V_2 = V_1 \frac{A_1}{A_2}$$

reemplazando

$$V_2 = 2\frac{m}{s}\frac{\frac{\pi \times (200mm)^2}{4}}{\frac{\pi \times (70mm)^2}{4}} = 2\frac{m}{s}\frac{(200mm)^2}{(70mm)^2}$$

$$\boxed{\mathbf{V_2 = 16{,}33\ m/s}}$$

El caudal másico será

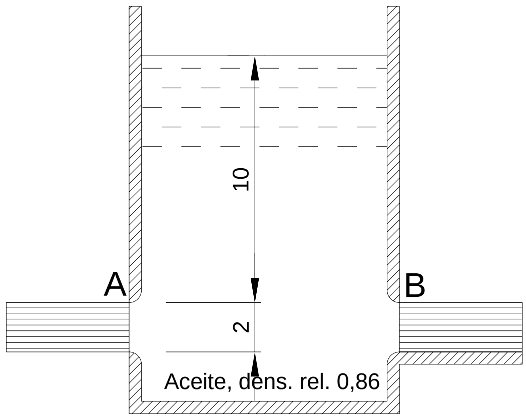
$$\dot{m} = Q\rho = V_2 A_2 \rho$$

$$\dot{m} = 16{,}33\frac{m}{s} \times \frac{\pi \times (0{,}07m)^2}{4} \times 0{,}86 \times 1000\frac{kg}{m^3}$$

$$\boxed{\dot{m} = 54{,}03\frac{kg}{s}}$$

Ejercicio 3-30

En la figura, se descarga aceite de una ranura bidimensional en el aire como se indica en A. En B el aceite se descarga por debajo de una puerta al piso. Despreciando todas las pérdidas, determínese las descargas en A y B por pie de ancho. ¿Por qué difieren?



Resolución

Como el flujo es permanente e incompresible, podemos aplicar la ecuación de Bernoulli, es decir

$$\frac{P_1}{\gamma} + z_1 + \frac{v_1^{\ 2}}{2g} = \frac{P_2}{\gamma} + z_2 + \frac{v_2^2}{2g}$$

Para A, reemplazando

$$\frac{P_{atm}}{\gamma} + z_0 = \frac{P_{atm}}{\gamma} + z_A + \frac{v_A^2}{2g}$$

$$(z_0 - z_A) = \frac{v_A^2}{2g}$$

$$v_A = \sqrt{2 \times g(z_0 - z_A)}$$

$$v_A = \sqrt{2 \times 32{,}174 \frac{ft}{s^2}(11{,}0\,ft \ \ - 0{,}0\,ft)}$$

$$v_A = 26{,}60 \frac{ft}{s}$$

Por continuidad

$$Q_A = A_A v_A$$

$$Q_A = 2{,}00\,ft \times 26{,}60 \frac{ft}{s}$$

$$\boxed{\mathbf{Q_A = 53{,}21\ ft^3/fts}}$$

Para B, reemplazando

$$\frac{P_{atm}}{\gamma} + z_0 = \frac{P_B}{\gamma} + z_B + \frac{v_B^2}{2g}$$

$$\frac{1}{\gamma}(P_{atm} - P_B) + (z_0 - z_B) = \frac{v_B^2}{2g}$$

$$v_B = \sqrt{2 \times g \times \left[\frac{1}{\gamma}(P_{atm} - P_B) + (z_0 - z_A)\right]}$$

$$v_B = \sqrt{2 \times 32{,}174 \frac{ft}{s^2} \times \left[\frac{1}{62{,}42 \frac{lb}{ft^3}} (-62{,}42 \frac{lb}{ft^3} \times 1{,}00\, ft) + (11{,}00\, ft - 0{,}00 m) \right]}$$

$$v_B = 25{,}37 \frac{ft}{s}$$

Por continuidad

$$Q_B = A_B v_B$$

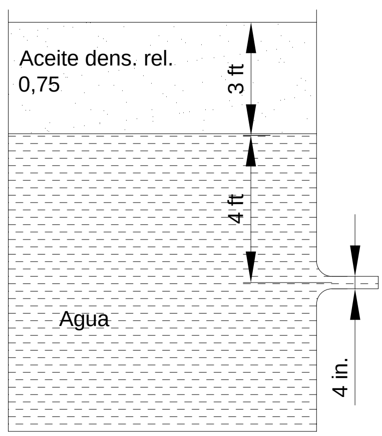
$$Q_B = 2{,}00\, ft \times 25{,}37 \frac{ft}{s}$$

$$\boxed{\mathbf{Q_B = 50{,}37\ ft^3/fts}}$$

Las descargas difieren porque la sección A esta sometida a la presión atmosférica y la sección B a la presión hidrostática.

Ejercicio 3-31

Despreciando todas las pérdidas, determínese la descarga en la figura.



Resolución

Para utilizar la ecuación de Bernoulli el fluido debe ser uniforme, por lo que se plantea una altura equivalente

$$\gamma_W h_W = \gamma_A h_A$$

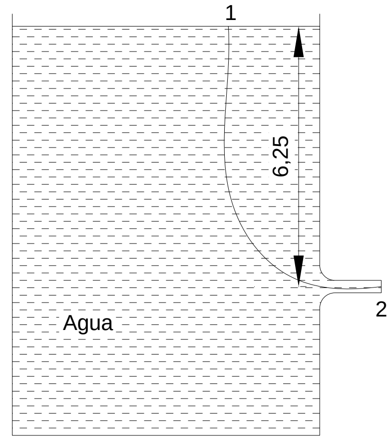
$$h'_A = \frac{\gamma_W}{\gamma_A} h_W$$

$$h_W = \frac{S \gamma_A}{\gamma_A} h_W = S h_W$$

reemplazando

$$h_W = 0{,}75 \times 3{,}00\, ft$$

$$h_W = 2{,}25\, ft$$



Planteando la ecuación de Bernoulli, tenemos

$$\frac{P_1}{\gamma} + z_1 + \frac{v_1^{\ 2}}{2g} = \frac{P_2}{\gamma} + z_2 + \frac{v_2^2}{2g}$$

Reemplazando

$$z_1 = \frac{v_2^2}{2g}$$

$$v_2 = \sqrt{2 \times g \times z_1}$$

$$v_2 = \sqrt{2 \times 32{,}174 \frac{ft}{s^2} \times 6{,}25\, ft}$$

$$v_2 = 20{,}05 \frac{ft}{s}$$

Por continuidad

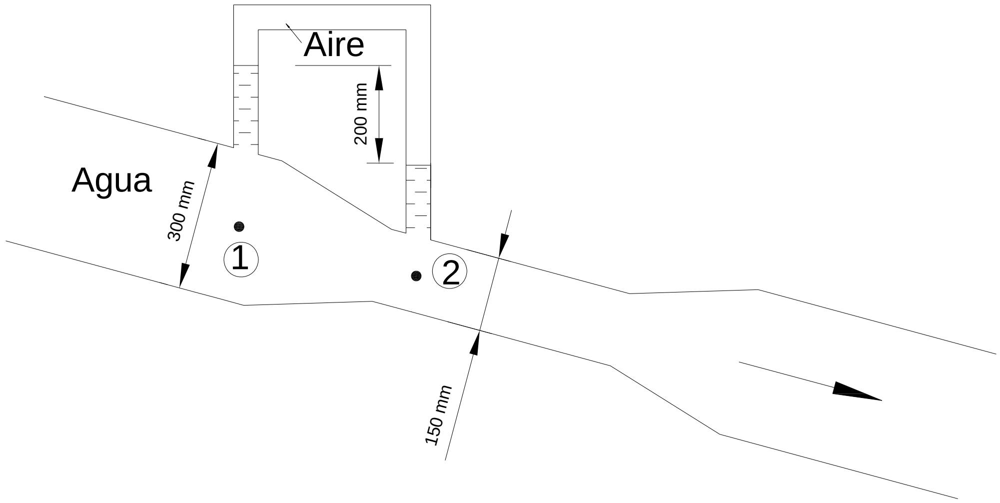
$$Q_2 = A_2 v_2$$

$$Q_2 = \frac{\pi}{4}(4{,}00 in \times \frac{1{,}00\, ft}{12{,}00 in})^2 \times 20{,}05 \frac{ft}{s}$$

$$\boxed{\mathbf{Q_2 = 1{,}75\ ft^3/s}}$$

Ejercicio 3-33

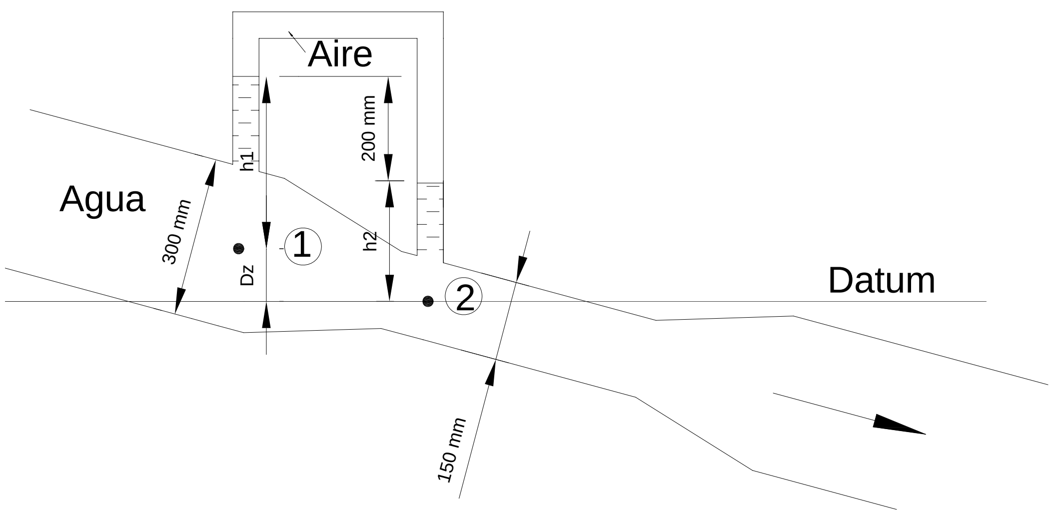
Despreciando todas las pérdidas, encuéntrese la descarga por el medidor Venturi de la figura.



Resolución

Planteando la ecuación de Bernoulli entre 1 y 2, tenemos

$$\frac{P_1}{\gamma}+z_1+\frac{v_1^{\ 2}}{2g}=\frac{P_2}{\gamma}+z_2+\frac{v_2^2}{2g}$$



reemplazando

$$\frac{P_1}{\gamma}-\frac{P_2}{\gamma}+(z_1-z_2)=\frac{v_2^2}{2g}-\frac{v_1^{\ 2}}{2g}$$

$$\frac{1}{\gamma}(P_1-P_2)+(z_1-z_2)=\frac{1}{2g}(v_2^2-v_1^{\ 2})$$

Por la ley del menisco

$$P_2=P_1-h_1\gamma+h_2\gamma$$

$$\frac{1}{\gamma}(P_1-P_2)=h_1-h_2$$

con respecto al datum

$$\Delta z + h_1 = 200mm + h_2$$
$$h_1 = 200mm + h_2 - \Delta z$$

reemplazando

$$\frac{1}{\gamma}(P_1 - P_2) = 200mm + h_2 - \Delta z - h_2$$
$$\frac{1}{\gamma}(P_2 - P_1) = 200mm - \Delta z$$

reemplazando en la ecuación de Bernoulli

$$-\Delta z + 200mm + (z_1 - z_2) = \frac{1}{2g}(v_2^2 - v_1{}^2\ )$$
$$(z_1 - z_2) + 200mm + (z_1 - z_2) = \frac{1}{2g}(v_2^2 - v_1{}^2\ )$$
$$200mm = \frac{1}{2g}(v_2^2 - v_1{}^2\ )$$

Por la ecuación de continuidad

$$Q_1 = Q_2$$
$$A_1 v_1 = A_2 v_2$$
$$v_1 = \frac{A_2}{A_1} v_2$$

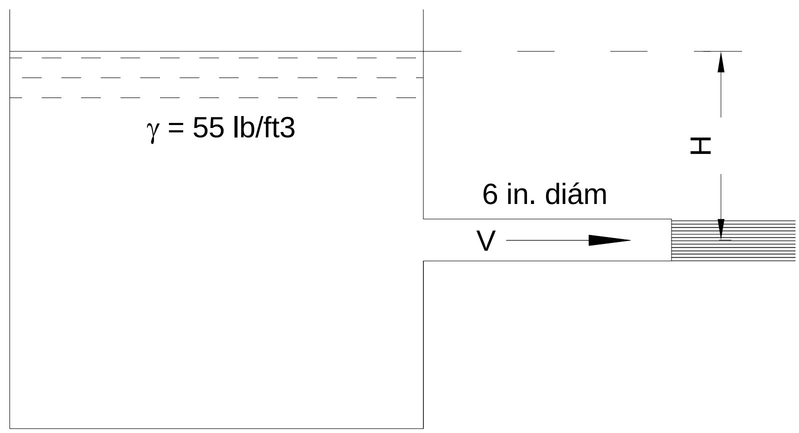
reemplazando

$$200mm = \frac{1}{2g}((v_2^2 - \frac{A_2{}^2}{A_1{}^2} v_2{}^2\ )$$
$$200mm = \frac{v_2^2}{2g}(1 - \frac{A_2{}^2}{A_1{}^2})$$
$$v_2 = \sqrt{\frac{2g \times 200mm}{(1 - \frac{A_2{}^2}{A_1{}^2})}} =$$
$$v_2 = \sqrt{\frac{2 \times 9{,}806 \frac{m}{s^2} \times 0{,}2m}{(1 - \frac{\frac{\pi}{4}(150{,}00mm)^2}{\frac{\pi}{4}(300{,}00mm)^2})}} =$$
$$v_2 = 2{,}29 \frac{m}{s}$$
$$Q_2 = A_2 v_2$$
$$Q_2 = \frac{\pi}{4}(0{,}15m)^2\, 2{,}29 \frac{m}{s}$$

$$\boxed{\mathbf{Q_2 = 0{,}04\ m^3/s}}$$

Ejercicio 3-50

Para un flujo de 1500 gpm y H = 32 ft en la figura, calcúlense las pérdidas a través del sistema en carga velocidad, $KV^2/2g$.



Resolución

Por continuidad el caudal es el mismo en todas las secciones, entonces

$$Q = 1500\frac{gal}{\min}\frac{1{,}00\frac{ft^3}{s}}{448{,}83\frac{gal}{\min}} = 3{,}34\frac{ft^3}{s}$$

Por definición de caudal

$$Q = A_d v_d$$

$$v_d = \frac{Q}{A_d}$$

reemplazando

$$v_d = \frac{3{,}34\frac{ft^3}{s}}{\frac{\pi}{4}(6{,}00in \times \frac{1{,}00\,ft}{12{,}00in})^2} = 17{,}02\frac{ft}{s}$$

en términos de carga de velocidad tenemos

$$\frac{v_d^2}{2g} = \frac{(17{,}02\frac{ft}{s})^2}{2\times 32{,}174\frac{ft}{s^2}} = 4{,}50\,ft$$

Planteamos la ecuación de Bernoulli

$$\frac{P_1}{\gamma} + z_1 + \frac{v_1^2}{2g} = \frac{P_2}{\gamma} + z_2 + \frac{v_2^2}{2g}$$

reemplazando

$$\frac{P_{atm}}{\gamma}+H \quad =\frac{P_{atm}}{\gamma}+\frac{v_d^2}{2g}+K\frac{v_d^2}{2g}$$

$$H \quad =\frac{v_d^2}{2g}\left(1+K\right)$$

Las pérdidas serán

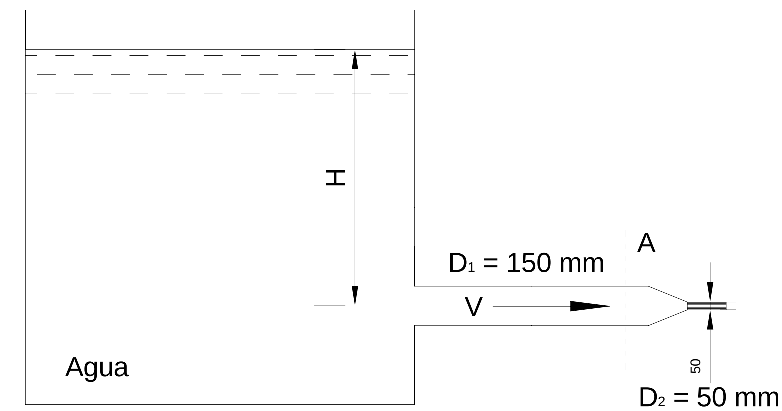
$$K=\frac{H}{\frac{v_d^2}{2g}}-1$$

$$K=\frac{32{,}00\,ft}{4{,}50\,ft}-1$$

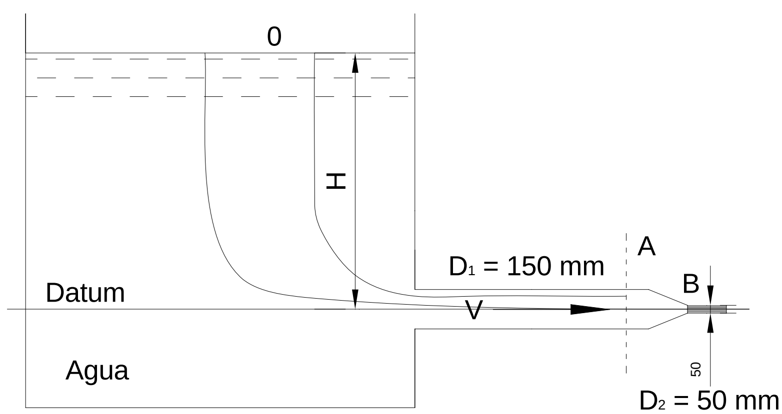
$$\boxed{\mathbf{K = 6{,}11}}$$

Ejercicio 3-51

En la figura las pérdidas hasta la sección A son 5 $v^2_1/2g$ y las pérdidas de la boquilla son 0,05 $v^2_2/2g$. Determínese la descarga y la presión en A. H = 8,00 m.



Resolución



Planteamos la ecuación de Bernoulli entre 0 y B

$$\frac{P_1}{\gamma}+z_1+\frac{v_1^{\ 2}}{2g}=\frac{P_2}{\gamma}+z_2+\frac{v_2^2}{2g}$$

reemplazando

$$\frac{P_{atm}}{\gamma}+H=\frac{P_{atm}}{\gamma}+\frac{v_B^2}{2g}+K_B\frac{v_B^2}{2g}$$

$$H=\frac{v_B^2}{2g}(1+K_B)$$

$$v_B=\sqrt{2\times g\times\frac{H}{(1+K_B)}}$$

$$v_B=\sqrt{2\times 9{,}806\frac{m}{s^2}\times\frac{8{,}00m}{(1+0{,}05)}}$$

$$v_B=12{,}22\frac{m}{s}$$

Por continuidad

$$Q_A=Q_B$$

$$Q_A=A_Bv_B$$

$$Q_A=\frac{\pi}{4}(0{,}05m)^2 12{,}22\frac{m}{s}$$

$$\boxed{\mathbf{Q_A = 0{,}024\ m^3/s}}$$

Por otro lado

$$v_A^2=\frac{A_B^2}{A_A^2}2\times g\times\frac{H}{(1+K_B)}$$

Planteamos la ecuación de Bernoulli entre 0 y A

$$\frac{P_1}{\gamma}+z_1+\frac{v_1^{\ 2}}{2g}=\frac{P_2}{\gamma}+z_2+\frac{v_2^2}{2g}$$

reemplazando

$$\frac{P_{atm}}{\gamma}+H=\frac{P_A}{\gamma}+\frac{v_A^2}{2g}+K_A\frac{v_A^2}{2g}$$

$$H=\frac{P_A}{\gamma}+\frac{(1+K_A)}{2g}v_A^2$$

reemplazando

$$H=\frac{P_A}{\gamma}+\frac{(1+K_A)}{2g}\left(\frac{A_B^2}{A_A^2}2\times g\times\frac{H}{(1+K_B)}\right)$$

$$H=\frac{P_A}{\gamma}+\left(\frac{1+K_A}{1+K_B}\right)\left(\frac{A_B^2}{A_A^2}\right)H$$

Despejando

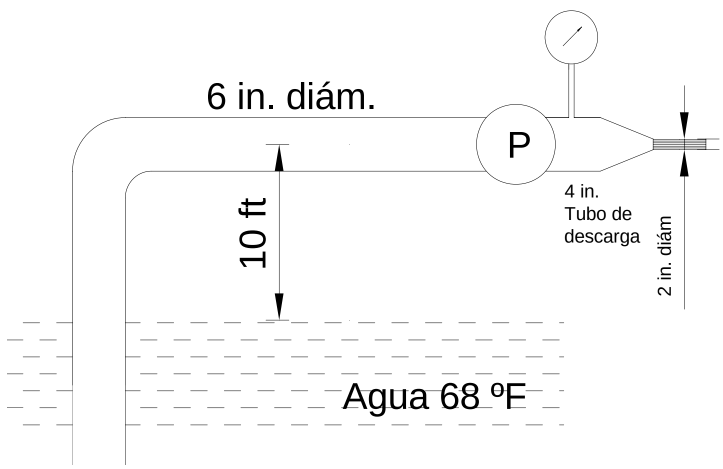
$$P_A = \gamma H\left[1-\left(\frac{1+K_A}{1+K_B}\right)\left(\frac{A_B^2}{A_A^2}\right)\right]$$

$$P_A = 9806{,}00\frac{N}{m^3}\times 8{,}00m\times\left[1-\left(\frac{1+5{,}00}{1+0{,}05}\right)\left(\frac{\frac{\pi}{4}(0{,}05m)^2}{\frac{\pi}{4}(0{,}15m)^2}\right)\right]$$

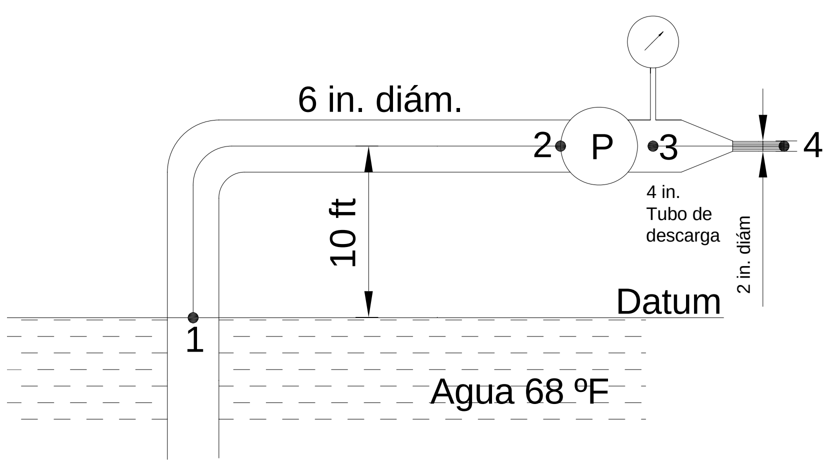
$$\boxed{\mathbf{P_A = 28{,}64\ KPa}}$$

Ejercicio 3-53

El sistema de bombeo mostrado en la figura debe tener presión de 5 psi en la línea de descarga cuando la cavitación es incipiente en la entrada de la bomba. Calcúlese la longitud del tubo desde el depósito a la bomba para esta condición de operación si la pérdida en este tubo se puede expresar como (V_1^2/2g)(0,003L/D). ¿Qué potencia esta siendo suministrada al fluido por la bomba? ¿Qué porcentaje de esta potencia se está usando para vencer pérdidas? Lectura del barómetro 30 inHg



Resolución



Planteamos la ecuación de Bernoulli entre 3 y 4

$$\frac{P_3}{\gamma} + z_3 + \frac{{v_3}^2}{2g} = \frac{P_4}{\gamma} + z_4 + \frac{v_4^2}{2g}$$

reemplazando

$$\frac{P_3}{\gamma} + z_3 + \frac{v_3^2}{2g} = \frac{P_{atm}}{\gamma} + z_4 + \frac{v_4^2}{2g}$$

$$\frac{v_3^2}{2g} - \frac{v_4^2}{2g} = (z_4 - z_3) - \frac{P_3}{\gamma}$$

$$v_3^2 - v_4^2 = 2g\left[(z_4 - z_3) - \frac{P_3}{\gamma}\right]$$

Como $z_4 = z_3$

$$v_3^2 - v_4^2 = 2g \times \left(-\frac{P_3}{\gamma}\right)$$

Por continuidad

$$Q_3 = Q_4$$

$$A_3 v_3 = A_4 v_4$$

$$v_3 = \frac{A_4}{A_3} v_4$$

reemplazando

$$\frac{A_4^2}{A_3^2} v_4^2 - v_4^2 = 2g \times \left(-\frac{P_3}{\gamma}\right)$$

$$\left(\frac{A_4^2}{A_3^2} - 1\right) v_4^2 = 2g \times \left(-\frac{P_3}{\gamma}\right)$$

$$v_4 = \sqrt{\frac{2g \times \left(-\frac{P_3}{\gamma}\right)}{\left(\frac{A_4^2}{A_3^2} - 1\right)}}$$

$$v_4 = \sqrt{\frac{2 \times 32{,}174 \frac{ft}{s^2} \times \left(-\frac{5{,}00 \frac{lb}{in^2} \times \frac{144{,}00 in^2}{1{,}00 ft^2}}{62{,}42 \frac{lb}{ft^3}}\right)}{\left(\frac{\frac{\pi}{4}(2{,}00 in)^2}{\frac{\pi}{4}(4{,}00 in)^2} - 1\right)}}$$

$$v_4 = 31{,}46 \tfrac{ft}{s}$$

Por continuidad

$$Q_3 = Q_4$$

$$A_3 v_3 = A_4 v_4$$

$$v_3 = \frac{A_4}{A_3} v_4$$

$$v_3 = \frac{\frac{\pi}{4}(2{,}00in)^2}{\frac{\pi}{4}(4{,}00in)^2} 31{,}46 \frac{ft}{s} = 7{,}86 \frac{ft}{s}$$

Por continuidad

$$Q_2 = Q_3$$

$$A_2 v_2 = A_3 v_3$$

$$v_2 = \frac{A_3}{A_2} v_3$$

$$v_2 = \frac{\frac{\pi}{4}(4{,}00in)^2}{\frac{\pi}{4}(6{,}00in)^2} 7{,}86 \frac{ft}{s} = 3{,}49 \frac{ft}{s}$$

Planteamos la ecuación de Bernoulli entre 1 y 2

$$\frac{P_1}{\gamma} + z_1 + \frac{{v_1}^2}{2g} = \frac{P_2}{\gamma} + z_2 + \frac{v_2^2}{2g}$$

reemplazando

$$\frac{P_1}{\gamma} = \frac{P_2}{\gamma} + z_2 + \frac{v_2^2}{2g} + \frac{0{,}003L}{D} \frac{v_2^2}{2g}$$

$$\left(\frac{P_1}{\gamma} - \frac{P_2}{\gamma}\right) - z_2 = \frac{v_2^2}{2g}\left(1 + \frac{0{,}003L}{D}\right)$$

$$L = \frac{D}{0{,}003}\left[\frac{\left(\frac{P_1}{\gamma} - \frac{P_2}{\gamma}\right) - z_2}{\frac{v_2^2}{2g}} - 1\right]$$

La presión en 1 es la indicada en el barómetro, es decir

$$P_1 = 30inHg$$

$$\frac{P_1}{\gamma_{Hg}} = 30in \times \frac{1{,}00\,ft}{12{,}00in} = 2{,}50\,ft$$

$$\frac{P_1}{\gamma_{Hg}} S = \frac{P_1}{\gamma_W} = 2{,}50\,ft \times 13{,}57 = 33{,}92\,ft$$

De tabla C.2 página 568 de (Mecánica de los fluidos, Streeter)

$$\frac{P_2}{\gamma_W} = 0{,}79\,ft$$

$$L = \frac{6{,}00in \times \frac{1{,}00\,ft}{12{,}00in}}{0{,}003}\left[\frac{(33{,}92\,ft - 0{,}79\,ft) - 10\,ft}{\frac{(3{,}46\,\frac{ft}{s})^2}{2 \times 32{,}174\,\frac{ft}{s^2}}} - 1\right]$$

L = 20554,17 ft

La potencia suministrada por la bomba será

$$P = \frac{W}{t}$$

$$P = \frac{mgH}{t}$$

$$P = \dot{m}\,gH$$

$$P = \rho QgH$$

$$P = \gamma QH$$

$$P = \gamma v_2 A_2 H$$

$$P = 62{,}42\,\frac{lb}{ft^3}\,3{,}49\,\frac{ft}{s}\,\frac{\pi}{4}\left(6{,}00in \times \frac{1{,}00\,ft}{12{,}00in}\right)^2 10{,}00\,ft$$

P = 247,74 $\frac{\text{lb.ft}}{\text{s}}$

El porcentaje utilizado para vencer las pérdidas será

$$\%P = \left(\frac{\frac{v_2^2}{2g}}{\frac{0{,}003L}{D}\frac{v_2^2}{2g} + \frac{v_2^2}{2g}}\right) \times 100$$

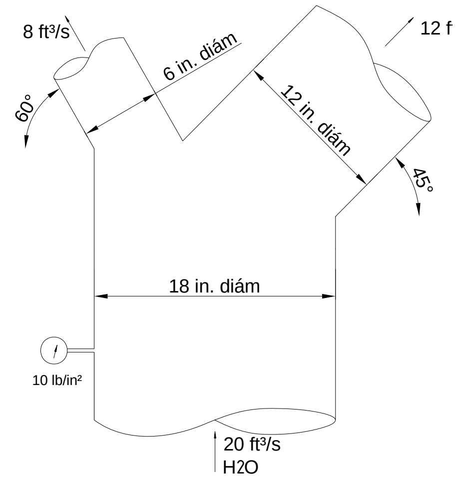
$$P = \left(\frac{1}{\frac{0{,}003L}{D} + 1}\right) \times 100$$

$$P = \left(\frac{1}{\frac{0{,}003 \times 20554{,}17\,ft}{0{,}5\,ft} + 1}\right) \times 100 = 0{,}80\%$$

%P = 0,80 %

Ejercicio 3-87

Despreciando todas las pérdidas, determínese las componentes x e y necesarias para mantener la Y en su lugar. El plano de la Y es horizontal.



Resolución

Por definición de caudal

$$Q_1 = A_1 v_1$$

$$v_1 = \frac{Q_1}{A_1}$$

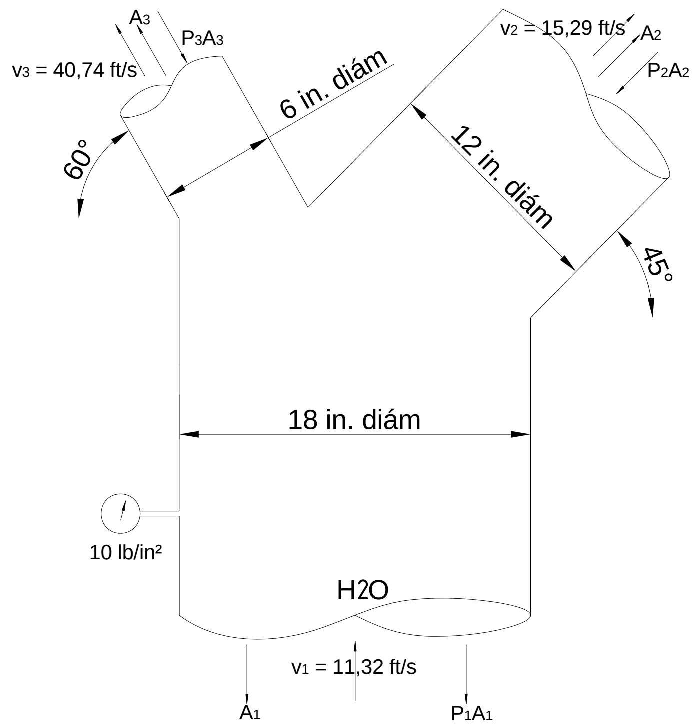
$$v_1 = \frac{20{,}00\,\frac{ft^3}{s}}{\frac{\pi}{4}\left(18{,}00in \times \frac{1{,}00\,ft}{12{,}00in}\right)^2} = 11{,}32\,\frac{ft}{s}$$

$$v_2 = \frac{Q_2}{A_2}$$

$$v_2 = \frac{12{,}00\,\frac{ft^3}{s}}{\frac{\pi}{4}\left(12{,}00in \times \frac{1{,}00\,ft}{12{,}00in}\right)^2} = 15{,}29\,\frac{ft}{s}$$

$$v_3 = \frac{Q_3}{A_3}$$

$$v_3 = \frac{8{,}00\,\frac{ft^3}{s}}{\frac{\pi}{4}\left(6{,}00in \times \frac{1{,}00\,ft}{12{,}00in}\right)^2} = 40{,}74\,\frac{ft}{s}$$



Planteamos la ecuación de cantidad de movimiento en la dirección x, entonces

$$\left(\sum F_{ext}\right)_x = \int_{sc} v \times \rho \times \vec{v} \bullet \overrightarrow{dA}$$

Las fuerzas externas en x son

$$\left(\sum F_{ext}\right)_x = -P_2 A_2 \times \cos 45^o + P_3 A_3 \times \cos 60^o + F_{anclaje_x}$$

La integral sobre la superficie de control en x es

$$\int_{sc} v \times \rho \times \vec{v} \bullet \overrightarrow{dA} = v_2 \times \cos 45^o \, \rho \times v_2 A_2 \cos 0^o - v_3 \times \cos 60^o \, \rho \times v_3 A_3 \cos 0^o$$

Igualando

$$-P_2 A_2 \times \cos 45^o + P_3 A_3 \times \cos 60^o + F_{anclaje_x} = v_2 \times \cos 45^o \, \rho \times v_2 A_2 \cos 0^o - v_3 \times \cos 60^o \, \rho \times v_3 A_3 \cos 0^o$$

Para conocer las presiones planteamos Bernoulli entre 1 y 2

$$\frac{P_1}{\gamma} + z_1 + \frac{{v_1}^2}{2g} = \frac{P_2}{\gamma} + z_2 + \frac{v_2^2}{2g}$$

reemplazando

$$\frac{P_1}{\gamma} + \frac{{v_1}^2}{2g} = \frac{P_2}{\gamma} + \frac{v_2^2}{2g}$$

$$\frac{P_2}{\gamma} = \frac{P_1}{\gamma} + \frac{{v_1}^2}{2g} - \frac{v_2^2}{2g}$$

$$P_2 = P_1 + \frac{\gamma}{2g}\left({v_1}^2 - {v_2}^2\right)$$

$$P_2 = 10{,}00 \frac{lb}{in^2} \times \frac{144{,}00 in^2}{1{,}00\, ft^2} + \frac{62{,}42 \frac{lb}{ft^3}}{2 \times 32{,}174 \frac{ft}{s^2}} \left(\left(11{,}32 \frac{ft}{s}\right)^2 - \left(15{,}29 \frac{ft}{s}\right)^2 \right)$$

$$P_2 = 1337{,}80 \frac{lb}{ft^2}$$

Planteamos Bernoulli entre 1 y 3

$$\frac{P_1}{\gamma} + z_1 + \frac{v_1^{\ 2}}{2g} = \frac{P_3}{\gamma} + z_3 + \frac{v_3^2}{2g}$$

reemplazando

$$\frac{P_1}{\gamma} + \frac{v_1^{\ 2}}{2g} = \frac{P_3}{\gamma} + \frac{v_3^2}{2g}$$

$$\frac{P_3}{\gamma} = \frac{P_1}{\gamma} + \frac{v_1^{\ 2}}{2g} - \frac{v_3^2}{2g}$$

$$P_3 = P_1 + \frac{\gamma}{2g}\left(v_1^{\ 2} - v_3^{\ 2}\right)$$

$$P_3 = 10{,}00 \frac{lb}{in^2} \times \frac{144{,}00 in^2}{1{,}00\, ft^2} + \frac{62{,}42 \frac{lb}{ft^3}}{2 \times 32{,}174 \frac{ft}{s^2}} \left(\left(11{,}32 \frac{ft}{s}\right)^2 - \left(40{,}74 \frac{ft}{s}\right)^2 \right)$$

$$P_3 = -46{,}05 \frac{lb}{ft^2}$$

reemplazando

$$F_{anclaje_x} = v_2 \cos 45º\, \rho \times v_2 A_2 \cos 0º - v_3 \cos 60º\, \rho \times v_3 A_3 \cos 0º + P_2 A_2 \times \cos 45º - P_3 A_3 \times \cos 60º$$

$$F_{anclaje_x} = 15{,}29 \frac{ft}{s} \times \cos 45º \times 1{,}94 \frac{slug}{ft^3} \times 15{,}29 \frac{ft}{s} \times 0{,}78\, ft^2 - 40{,}74 \frac{ft}{s} \times \cos 60º \times 1{,}94 \frac{slug}{ft^3} \times 40{,}74 \frac{ft}{s}$$

$$\times 0{,}20\, ft^2 + 1337{,}80 \frac{lb}{ft^2} \times 0{,}78\, ft^2 \times \cos 45º + 46{,}05 \frac{lb}{ft^2} \times 0{,}20\, ft^2 \times \cos 60º =$$

$F_{anclajeX}$ = 682,82 lb

Planteamos la ecuación de cantidad de movimiento en la dirección y, entonces

$$\left(\sum F_{ext}\right)_y = \int_{sc} v \times \rho \times \vec{v} \bullet \overrightarrow{dA}$$

Las fuerzas externas en y son

$$\left(\sum F_{ext}\right)_y = P_1 A_1 - P_2 A_2 \times sen\ 45º - P_3 A_3 \times sen\ 60º + F_{anclaje_y}$$

La integral sobre la superficie de control en x es

$$\int_{sc} v \times \rho \times \vec{v} \bullet \overrightarrow{dA} = v_1 \rho \times v_1 A_1 \cos 180º + v_2 sen 45º\, \rho \times v_2 A_2 \cos 0º + v_3 sen 60º\, \rho \times v_3 A_3 \cos 0º$$

Igualando

$$P_1 A_1 - P_2 A_2 \times sen 45º - P_3 A_3 \times sen 60º + F_{anclaje_{y_x}} = v_1 \rho \times v_1 A_1 \cos 180º + v_2 sen 45º\, \rho \times v_2 A_2 \cos 0º$$

$$+ v_3 sen 60º\, \rho \times v_3 A_3 \cos 0º$$

despejando

$$F_{anclaje_{y_x}} = v_1 \rho \times v_1 A_1 \cos 180º + v_2 sen 45º\, \rho \times v_2 A_2 \cos 0º + v_3 sen 60º\, \rho \times v_3 A_3 \cos 0º - P_1 A_1$$

$$+ P_2 A_2 \times sen 45º + P_3 A_3 \times sen 60º$$

reemplazando

$$F_{anclaje_y} = -11{,}32\frac{ft}{s}\times 1{,}94\frac{slug}{ft^3}\times 11{,}32\frac{ft}{s}\times 1{,}77\,ft^2 + 15{,}29\frac{ft}{s}\times sen45º\times 1{,}94\frac{slug}{ft^3}\times 15{,}29\frac{ft}{s}\times 0{,}78\,ft^2$$

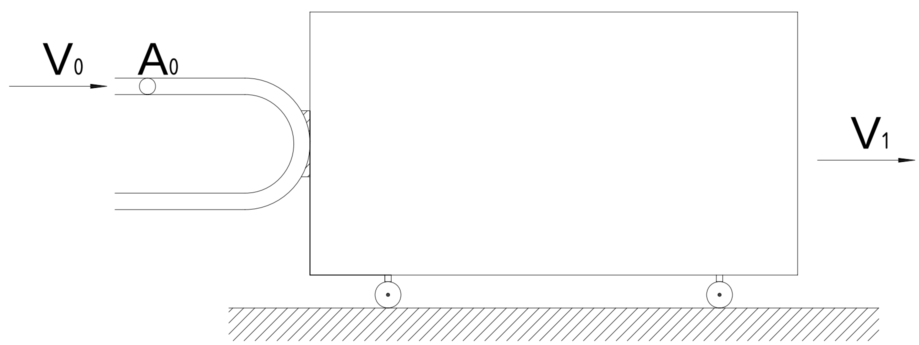
$$+40{,}74\frac{ft}{s}\times sen60º\times 1{,}94\frac{slug}{ft^3}\times 40{,}74\frac{ft}{s}\times 0{,}20\,ft^2 - 10{,}00\frac{lb}{in^2}\times\frac{144{,}00 in^2}{1{,}00\,ft^2}\times 1{,}77\,ft^2$$

$$+1337{,}80\frac{lb}{ft^2}\times 0{,}78\,ft^2\times sen45º + 46{,}05\frac{lb}{ft^2}\times 0{,}20\,ft^2\times sen60º =$$

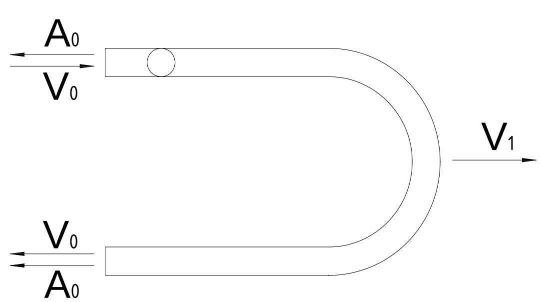
$$\boxed{\mathbf{F_{anclajeY} = -1433{,}89\ lb}}$$

Ejercicio 3-100

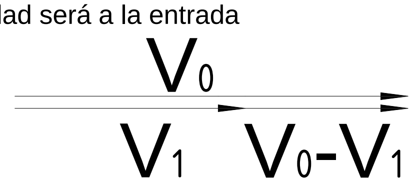
En la figura, un chorro, ρ = 2 slugs/ft^3 es desviado por un álabe 180º. Se supone que la carreta no tiene fricción y está libre para moverse en una dirección horizontal. La carreta pesa 200 lb. Determínese la velocidad y la distancia viajada por la carreta 10 s después que el chorro es dirigido contra el álabe. A_0 = 0,02 ft^2; V_0 = 100 ft/s.



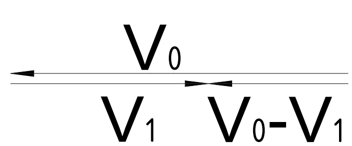
Resolución



El diagrama vectorial de velocidad será a la entrada



y a la salida



Planteamos la ecuación de cantidad de movimiento en la dirección x, entonces

$$\left(\sum F_{ext}\right)_x = \int_{sc} v \times \rho \times \vec{v} \bullet \overrightarrow{dA}$$

La integral sobre la superficie de control en x es

$$\int_{sc} v \times \rho \times \vec{v} \bullet \overrightarrow{dA} = (v_0 - v_1) \times \rho \times (v_0 - v_1) A_0 \cos 180^{\circ} - (v_0 - v_1) \times \rho \times (v_0 - v_1) A_0 \cos 0^{\circ}$$

$$\int_{sc} v \times \rho \times \vec{v} \bullet \overrightarrow{dA} = -(v_0 - v_1) \times \rho \times (v_0 - v_1) A_0 - (v_0 - v_1) \times \rho \times (v_0 - v_1) A_0$$

$$\int_{sc} v \times \rho \times \vec{v} \bullet \overrightarrow{dA} = -2 \times (v_0 - v_1)^2 \times \rho \times A_0$$

Las fuerzas externas en x son

$$\left(\sum F_{ext}\right)_x = m\vec{a}_{carro}$$

$$\left(\sum F_{ext}\right)_x = m\frac{dv}{dt}$$

Igualando

$$m\frac{dv_1}{dt} = -2 \times (v_0 - v_1)^2 \times \rho \times A_0$$

$$v_1 \frac{m}{\Delta t} = -2 \times \rho \times A_0 \left(v_0^2 - 2 v_0 v_1 + v_1^2\right)$$

$$v_1 \frac{m}{\Delta t} = -2 \times \rho \times A_0 v_0^2 + 2 \times \rho \times A_0 \times 2 v_0 v_1 - 2 \times \rho \times A_0 v_1^2$$

$$2 \times \rho \times A_0 v_1^2 + \left(\frac{m}{\Delta t} - 2 \times \rho \times A_0 \times 2 v_0\right) v_1 + 2 \times \rho \times A_0 v_0^2 = 0$$

$$2 \times 2{,}00 \frac{slugs}{ft^3} \times {,}002\, ft^2 \times v_1^2 + \left(\frac{\dfrac{200{,}00 lb}{32{,}174 \frac{ft}{s^2}}}{10{,}00 s} - 2 \times 2{,}00 \frac{slugs}{ft^3} \times {,}002\, ft^2 \times 2 \times 100{,}00 \frac{ft}{s} \right) v_1$$

$$+ 2 \times 2{,}00 \frac{slugs}{ft^3} \times {,}002\, ft^2 \times \left(100{,}00 \frac{ft}{s}\right)^2 = 0$$

$$0{,}08 \frac{slug}{ft} \times v_1^2 - 15{,}38 \frac{slugs}{s} v_1 + 800{,}00 lb = 0$$

Por báscara

$$\boxed{\mathbf{v_1 = 96{,}11\ ft/s}}$$

Como supusimos la aceleración constante planteamos

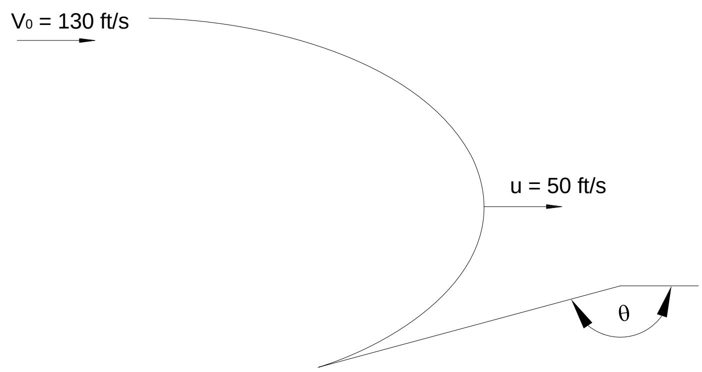
$$x = \frac{1}{2} a t^2$$

$$x = \frac{1}{2} \frac{v_1}{t} t^2 = \frac{1}{2} v_1 t = \frac{1}{2} 96{,}11 \frac{ft}{s} 10{,}00 s$$

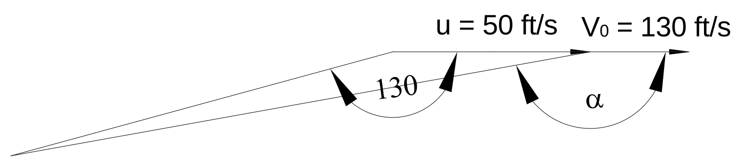
$$\boxed{\mathbf{x = 480{,}57\ ft}}$$

Ejercicio 3-123

Determínese el ángulo del álabe requerido para desviar la velocidad absoluta de un chorro 130º.



Resolución



$$v_{alabe} = (v_0 - u)$$

$$v_{alabe} = 130{,}00\frac{ft}{s} - 50{,}00\frac{ft}{s} = 80{,}00\frac{ft}{s}$$

Por teorema del seno

$$\frac{sen\theta}{80{,}00} = \frac{sen\beta}{50{,}00}$$

$$sen\beta = \frac{50{,}00}{80{,}00}sen\theta = 0{,}625 \times sen130º = 0{,}48$$

$$\beta = arcsen(0{,}48) = 28{,}60º$$

Por propiedad del triángulo

$$\gamma = 180º - \beta - \theta = 180º - 130º - 28{,}60º = 21{,}39º$$

Finalmente

$$\alpha = 180º - \gamma = 180º - 21{,}39º$$

$$\boxed{\alpha = 158º\ 36'\ 20''}$$

Capítulo 4: Análisis dimensional y similitud dinámica

Ejercicio 4-8

Usando las variables Q, D, ΔH/l, ρ, μ, g como pertinentes al flujo en un tubo liso, arreglarlas en parámetros adimensionales con Q, ρ, μ como variables repetitivas.

Resolución

Las variables son 6

$$Q\left[L^3T^{-1}\right], D\left[L\right], \frac{\Delta H}{L}\left[LL^{-1}=1\right], \rho\left[ML^{-3}\right], \mu\left[ML^{-1}T^{-1}\right], g\left[LT^{-2}\right]$$

Las unidades son 3

$$L, M, T$$

entonces, los parámetros adimensionales son

Nº π = 6 – 3 = 3

π_1 será

$$\prod_1 = \frac{\Delta H}{L}$$

$$\boxed{\pi_1 = \Delta H/L}$$

π_2 será

$$\prod_2 = DQ^{x_1}\rho^{x_2}\mu^{x_3}$$

$$\prod_2 = L\left(L^3T^{-1}\right)^{x_1}\left(ML^{-3}\right)^{x_2}\left(ML^{-1}T^{-1}\right)^{x_3}$$

entonces

Para M $\Rightarrow$ $0+0+x_2+x_3=0$

Para L $\Rightarrow$ $1+3x_1-3x_2-x_3=0$

Para T $\Rightarrow$ $0-x_1+0-x_3=0$

de aquí

$$x_1=-1$$
$$x_2=-1$$
$$x_3=1$$

entonces

$$\prod_2 = \frac{D\mu}{Q\rho}$$

$$\boxed{\pi_2 = D\mu/Q\rho}$$

π_3 será

$$\prod_3 = gQ^{x_1}\rho^{x_2}\mu^{x_3}$$

$$\prod_3 = LT^{-2}\left(L^3T^{-1}\right)^{x_1}\left(ML^{-3}\right)^{x_2}\left(ML^{-1}T^{-1}\right)^{x_3}$$

entonces

Para M $\Rightarrow$ $0+0+x_2+x_3=0$

Para L $\Rightarrow$ $1+3x_1-3x_2-x_3=0$

Para T $\Rightarrow$ $-2 - x_1 + 0 - x_3 = 0$

de aquí

$$x_1 = 3$$
$$x_2 = 5$$
$$x_3 = -5$$

entonces

$$\prod_3 = \frac{gQ^3 \rho^5}{\mu^5}$$

$$\boxed{\pi_3 = gQ^3\rho^5/\mu^5}$$

Ejercicio 4-13

En un fluido que gira como un sólido alrededor de un eje vertical con velocidad angular ω, la elevación de la presión p en una dirección radial depende de la velocidad ω, el radio r y la densidad del fluido ρ. Obténgase la forma de ecuación para p.

Resolución

Las variables son 4

$$p\left[ML^{-1}T^{-2}\right], r\left[L\right], \omega\left[T^{-1}\right], \rho\left[ML^{-3}\right]$$

Las unidades son 3

$$L, M, T$$

entonces, los parámetros adimensionales son

Nº π = 4 – 3 = 1

π será

$$\prod = p\omega^{x_1}\rho^{x_2}r^{x_3}$$

$$\prod_2 = ML^{-1}T^{-2}\left(T^{-1}\right)^{x_1}\left(ML^{-3}\right)^{x_2}\left(L\right)^{x_3}$$

entonces

Para M $\Rightarrow$ $1 + 0 + x_2 + 0 = 0$

Para L $\Rightarrow$ $-1 + 0 - 3x_2 + x_3 = 0$

Para T $\Rightarrow$ $-2 - x_1 + 0 - 0 = 0$

de aquí

$$x_1 = -2$$
$$x_2 = -1$$
$$x_3 = -2$$

entonces

$$\prod = \frac{p}{r^2\omega^2\rho}$$

Entonces

$$\boxed{p = cte.r^2\omega^2\rho}$$

Ejercicio 4-18

La velocidad en un punto de un modelo de un canal de alivio para una presa es 1 m/s. Para una razón del prototipo al modelo de 10:1, ¿Cuál es la velocidad en el punto correspondiente en el prototipo bajo condiciones similares?

Resolución

Como es un canal la similitud dinámica exige igual número de Froude, entonces

$$\frac{v_m^2}{g_m l_m} = \frac{v_p^2}{g_p l_p}$$

Como la gravedad es la misma

$$\frac{v_m^2}{l_m} = \frac{v_p^2}{l_p}$$

$$v_p^2 = v_m^2 \frac{l_p}{l_m}$$

$$v_p = v_m \sqrt{\frac{l_p}{l_m}}$$

$$v_p = 1{,}00 \frac{m}{s} \sqrt{\frac{10}{1}}$$

$$\boxed{\mathbf{v_p = 3{,}16\ m/s}}$$

Ejercicio 4-19

El suministro de potencia a una bomba depende de la descarga Q, de la elevación de la presión Δp, de la densidad del fluido ρ, del tamaño D y de la eficiencia e. Encuéntrese la expresión para la potencia por uso del análisis dimensional.

Resolución

Las variables son 6

$$P\left[ML^2T^{-3}\right], Q\left[L^3T^{-1}\right], D\left[L\right], \Delta p\left[ML^{-1}T^{-2}\right], \rho\left[ML^{-3}\right], e\left[1\right]$$

Las unidades son 3

$$L, M, T$$

entonces, los parámetros adimensionales son

Nº π = 6 – 3 = 3

π_1 será

$$\prod_1 = e$$

$$\boxed{\mathbf{\pi_1 = e}}$$

π_2 será

$$\prod_2 = PQ^{x_1} \Delta p^{x_2} \rho^{x_3}$$

$$\prod_2 = ML^2T^{-3}\left(L^3T^{-1}\right)^{x_1}\left(ML^{-1}T^{-2}\right)^{x_2}\left(ML^{-3}\right)^{x_3}$$

entonces

Para M $\Rightarrow$ $1+0+x_2+x_3=0$

Para L $\Rightarrow$ $2+3x_1-x_2-3x_3=0$

Para T $\Rightarrow$ $-3-x_1-2x_2+0=0$

de aquí

$$x_1=-1$$
$$x_2=-1$$
$$x_3=0$$

entonces

$$\prod_2=\frac{P}{Q\Delta p}$$

$$\boxed{\pi_2 = P/Q\Delta p}$$

π_3 será

$$\prod_3=DQ^{x_1}\Delta p^{x_2}\rho^{x_3}$$
$$\prod_3=L\left(L^3T^{-1}\right)^{x_1}\left(ML^{-1}T^{-2}\right)^{x_2}\left(ML^{-3}\right)^{x_3}$$

entonces

Para M $\Rightarrow$ $0+0+x_2+x_3=0$

Para L $\Rightarrow$ $1+3x_1-x_2-3x_3=0$

Para T $\Rightarrow$ $0-x_1-2x_2+0=0$

de aquí

$$x_1=-0{,}5$$
$$x_2=0{,}25$$
$$x_3=-0{,}25$$

entonces

$$\prod_3=\frac{D\sqrt[4]{\Delta p}}{\sqrt{Q}\sqrt[4]{\rho}}$$

$$\boxed{\pi_3 = \frac{D\Delta p^{1/4}}{Q^{1/2}\rho^{1/4}}}$$

Ejercicio 4-21

Un modelo de medidor Venturi tiene dimensiones lineales de un quinto de las del prototipo. El prototipo opera con agua a 20 ºC y el modelo con agua a 95 ºC. Para un diámetro de garganta de 600 mm y una velocidad en la garganta de 6 m/s en el prototipo, ¿qué descarga se necesita a través del modelo para que se tenga similitud?

Resolución

Como es una tubería la similitud dinámica exige igual número de Reynolds, entonces

$$\frac{D_m v_m}{\nu_m} = \frac{D_p v_p}{\nu_p}$$

$$v_m = \frac{D_p}{D_m}\frac{\nu_m}{\nu_p}v_p$$

$$v_m = \left[\frac{600{,}00mm}{\frac{600{,}00mm}{5}}\frac{0{,}311\times 10^{-6}\ \frac{m^2}{s}}{1{,}007\times 10^{-6}\ \frac{m^2}{s}}\right]6{,}00\frac{m}{s}$$

$$v_m = 9{,}86\frac{m}{s}$$

$$Q_m = A_m v_m = \frac{\pi}{4}\left(\frac{0{,}6m}{5}\right)^2 9{,}86\frac{m}{s}$$

$$\boxed{\mathbf{Q_m = 0{,}10\ m^3/s}}$$

Ejercicio 4-32

Un modelo a escala 1:5 de un sistema de tuberías de una estación de bombeo se va a probar para determinar las pérdidas totales de carga. Se dispone de aire a 25 ºC, 1 atm. Para una velocidad del prototipo de 500 mm/s en una sección de 4 m de diámetro con agua a 15 ºC, determínese la velocidad del aire y la cantidad del mismo necesarias y cómo las pérdidas determinadas en el modelo se convierten en pérdidas en el prototipo.

Resolución

Como es una tubería la similitud dinámica exige igual número de Reynolds, entonces

$$\frac{D_m v_m}{\nu_m} = \frac{D_p v_p}{\nu_p}$$

$$v_m = \frac{D_p}{D_m}\frac{\nu_m}{\nu_p}v_p$$

$$v_m = \left[\frac{4{,}00m}{\frac{4{,}00m}{5}}\frac{1{,}70\times 10^{-5}\ \frac{m^2}{s}}{1{,}141\times 10^{-6}\ \frac{m^2}{s}}\right]0{,}50\frac{m}{s}$$

La viscosidad cinemática del aire se obtuvo de la figura C.2 de Mecánica de los fluidos (Streeter)

$$\boxed{\mathbf{v_m = 37{,}25 m/s}}$$

$$Q_m = A_m v_m = \frac{\pi}{4}\left(\frac{4{,}00m}{5}\right)^2 37{,}25\frac{m}{s}$$

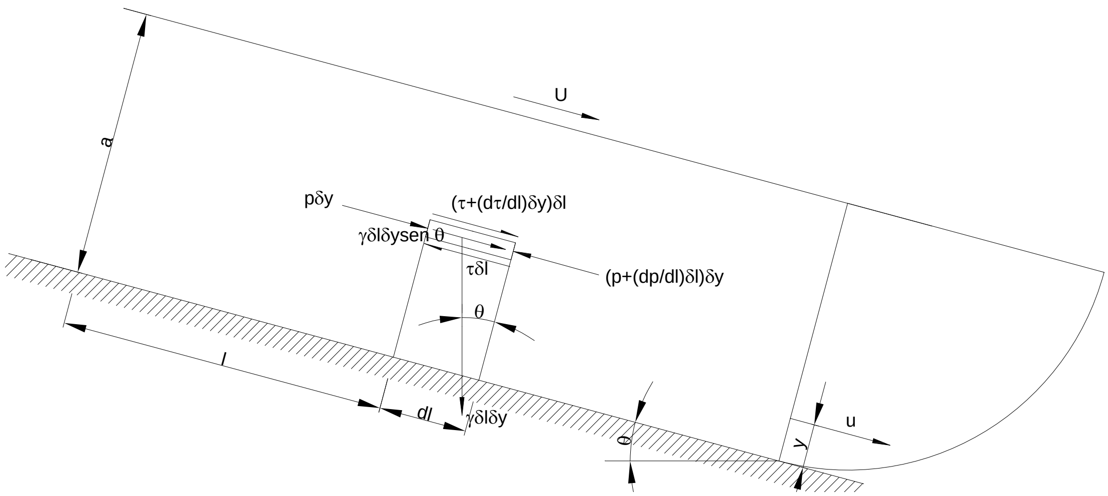
$$\boxed{\mathbf{Q_m = 18{,}72\ m^3/s}}$$

Como las pérdidas dependen del número de Reynolds y este es el mismo para modelo y prototipo las pérdidas serán las mismas.

Capítulo 5: Flujo viscoso: tuberías y canales

Ejercicio 5-1

Determínense las fórmulas del esfuerzo cortante sobre cada placa y para la distribución de velocidad para el flujo de la figura, cuando existe un gradiente de presión adversa tal que Q = 0.



Resolución

$$q = \frac{Ua}{2} - \frac{1}{12\mu}\frac{\partial}{\partial l}(p+\gamma h)a^3 = 0$$

$$\frac{Ua}{2} = \frac{1}{12\mu}\frac{\partial}{\partial l}(p+\gamma h)a^3$$

$$\frac{U \times 6\mu}{a^2} = \frac{\partial}{\partial l}(p+\gamma h)$$

Por otro lado

$$u = \frac{Uy}{a} - \frac{1}{2\mu}\frac{\partial}{\partial l}(p+\gamma h)(ay-y^2)$$

reemplazando

$$u = \frac{Uy}{a} - \frac{1}{2\mu}\frac{U\times 6\mu}{a^2}(ay-y^2)$$

$$u = \frac{Uy}{a} - 3U\left(\frac{y}{a} - \frac{y^2}{a^2}\right)$$

$$u = -\frac{2U}{a}y + \frac{3U}{a^2}y^2$$

derivando respecto a y obtengo

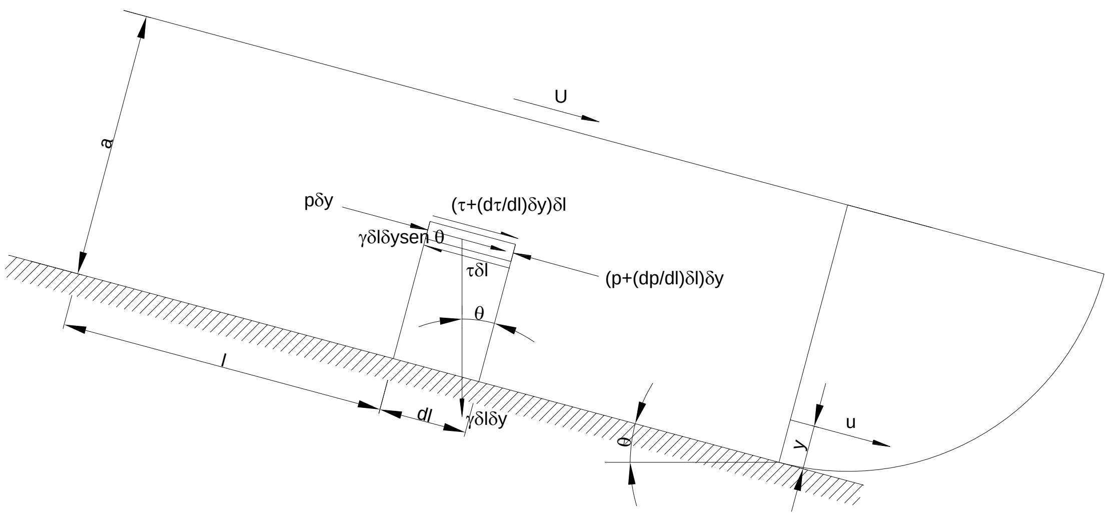
$$\frac{du}{dy} = -\frac{2U}{a} + \frac{6U}{a^2}y$$

El esfuerzo de corte será

$$\boxed{\tau = -\frac{\mu 2U}{a} + \frac{\mu 6Uy}{a^2}}$$

Ejercicio 5-2

En la figura siendo U positivo como se muestra, encuéntrese la expresión para d(p + γh)/dl de modo que el corte sea cero en la placa fija. ¿Cuál es la descarga en este caso?



Resolución

$$u = \frac{Uy}{a} - \frac{1}{2\mu}\frac{\partial}{\partial l}(p+\gamma h)(ay - y^2)$$

$$u = \frac{Uy}{a} - \frac{1}{2\mu}\frac{\partial}{\partial l}(p+\gamma h)ay - \frac{1}{2\mu}\frac{\partial}{\partial l}(p+\gamma h)y^2$$

derivando respecto a y obtengo

$$\frac{du}{dy} = \frac{U}{a} - \frac{1}{2\mu}\frac{\partial}{\partial l}(p+\gamma h)a - \frac{1}{\mu}\frac{\partial}{\partial l}(p+\gamma h)y$$

El esfuerzo de corte es

$$\tau = \mu\frac{du}{dy}$$

entonces

$$\tau = \mu\frac{U}{a} - \frac{1}{2}\frac{\partial}{\partial l}(p+\gamma h)a - \frac{\partial}{\partial l}(p+\gamma h)y$$

Valuado en y = 0, tenemos

$$\tau_{y=0} = \mu\frac{U}{a} - \frac{1}{2}\frac{\partial}{\partial l}(p+\gamma h)a = 0$$

despejando

$$\boxed{2\mu\frac{U}{a^2} = \frac{\partial}{\partial l}(p+\gamma h)}$$

reemplazando

$$u = \frac{U}{a^2}y^2$$

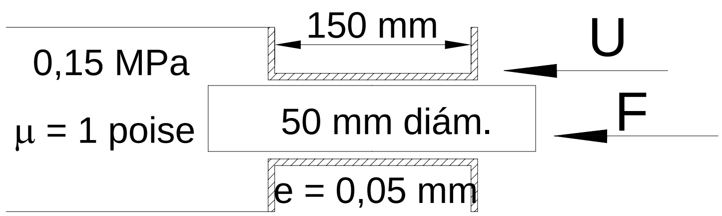
El caudal será

$$q = \int_0^a u dy = \int_0^a \frac{U}{a^2} y^2 dy$$

$$\boxed{q = \frac{U}{3} a}$$

Ejercicio 5-3

En la figura siendo U = 0,7 m/s. Encuéntrese la velocidad del aceite llevado a la cámara de presión por el pistón, la fuerza cortante y fuerza total F que actúan sobre el pistón.



Resolución

$$u = \frac{U}{a} y - \frac{1}{2\mu} \frac{\partial}{\partial l} (p + \gamma h)\left(ay - y^2\right)$$

además

$$\frac{\partial}{\partial l}(p + \gamma h) = \frac{\Delta p}{\Delta l} = \frac{0{,}15MPa - 0{,}00MPa}{0{,}15m} = 1{,}00 \times 10^6 \frac{N}{m^3}$$

reemplazando

$$u = \frac{0{,}70 \frac{m}{s}}{5{,}00 \times 10^{-5} m} y - \frac{1}{2 \times 1{,}00 \frac{g}{cms} \times \frac{1{,}00kg}{1000{,}00g} \times \frac{100{,}00cm}{1{,}00m}} 1{,}00 \times 10^6 \frac{N}{m^3}\left(5{,}00 \times 10^{-5} m \times y - y^2\right)$$

$$u = 1400{,}00 \frac{1}{s} y - 20{,}00 \times 10^6 \frac{1}{ms}\left(5{,}00 \times 10^{-5} m \times y - y^2\right)$$

$$u = 400{,}00 \frac{1}{s} y + 20{,}00 \times 10^6 \frac{1}{ms} y^2$$

$$u = 400{,}00 \frac{1}{s} 1{,}00 \times 10^{-5} m + 20{,}00 \times 10^6 \frac{1}{ms}\left(1{,}00 \times 10^{-5} m\right)^2$$

$$\boxed{u = 200{,}00 \frac{m}{s}}$$

El esfuerzo de corte será

$$\tau = \mu \frac{du}{dy}$$

entonces

$$\tau = \mu \frac{du}{dy} = 1{,}00 \frac{kg}{ms} \times 10{,}00^{-1} \times 400{,}00 \frac{1}{s} + 1{,}00 \frac{kg}{ms} \times 10{,}00^{-1} \times 10{,}00 \times 10^{6} \frac{1}{ms} 1{,}00 \times 10^{-5} m$$

$$\boxed{\tau = 25{,}00 Pa}$$

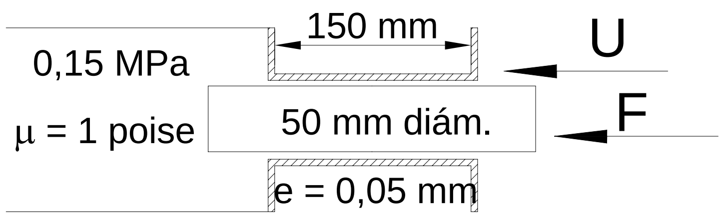
La fuerza total será

$$F_T = \tau A_C + pA_T = 25{,}00 Pa \times \pi 0{,}05 m \times 0{,}15 m + 0{,}15 x 10^{6} Pa \times \frac{\pi}{4} (0{,}5 m)^2$$

$$\boxed{F_T = 294{,}90 N}$$

Ejercicio 5-4

Determínese la fuerza sobre el pistón de la figura debido al corte, y la fuga de la cámara de presión para U = 0.



Resolución

$$F_C = \tau A_C = 25{,}00 Pa \times \pi 0{,}05 m \times 0{,}15 m$$

$$\boxed{F_C = 0{,}59 N}$$

El caudal será

$$q = -\frac{1}{12\mu} \frac{\partial}{\partial l} (p + \gamma h) a^3$$

reemplazando

$$q = -\frac{1}{12 \times 0{,}10 \frac{kg}{ms}} 1{,}00 \times 10^{6} \frac{N}{m^3} \left(5{,}00 \times 10^{-5} m\right)^3 = 1{,}042 \times 10^{-7} \frac{m^2}{s}$$

$$Q = \pi D q = \pi \times 0{,}05 m \times 1{,}042 \times 10^{-7} \frac{m^2}{s}$$

$$\boxed{Q = 1{,}636 \times 10^{-8} \frac{m^3}{s}}$$

Ejercicio 5-27

Calcúlese el diámetro del tubo vertical necesario para el flujo de un líquido a **R** = 1400 cuando la presión permanece constante y ν = 1,5 μ m^2/s.

Resolución

A partir de Hagen–Poiseuille

$$Q = \frac{\Delta p \pi D^4}{128 \mu L}$$

$$vA = \frac{\Delta p \pi D^4}{128 \mu L}$$

$$v \frac{\pi}{4} D^2 = \frac{\Delta p \pi D^4}{128 \mu L}$$

$$v = \frac{\Delta p D^2}{32 \mu L}$$

Además

$$\mathrm{Re} = \frac{v D \rho}{\mu} = 1400$$

entonces

$$v = \frac{1400 \mu}{D \rho}$$

reemplazando

$$\frac{1400 \mu}{D \rho} = \frac{\Delta p D^2}{32 \mu L}$$

$$\frac{1400}{\rho} = \frac{\Delta p D^3}{32 \mu^2 L}$$

Además como el tubo es vertical

$$\frac{\Delta p}{L} = \gamma = \rho g$$

reemplazando

$$\frac{1400}{\rho} = \frac{\rho g D^3}{32 \mu^2}$$

$$44800 = \frac{\rho^2}{\mu^2} g D^3 = \frac{1}{\nu^2} g D^3$$

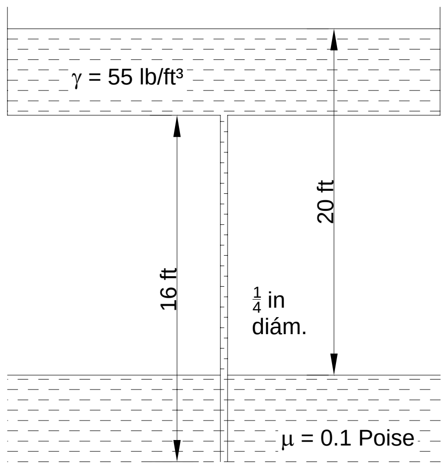
$$D = \sqrt[3]{\frac{\nu^2 44800}{g}}$$

$$D = \sqrt[3]{\frac{\left(1{,}50\times10^{-6}\,\frac{m^2}{s}\right)^2 44800}{9{,}806\,\frac{m}{s^2}}}$$

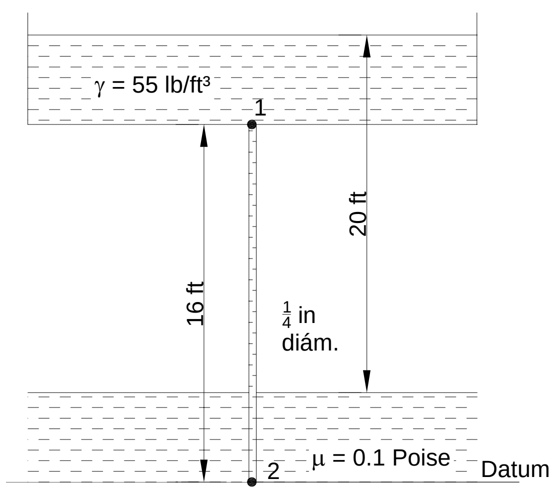
$$\boxed{D = 2{,}17\,mm}$$

Ejercicio 5-28

Calcúlese la descarga del sistema de la figura despreciando todas las pérdidas excepto las del tubo.



Resolución



La pérdida de carga entre 1 y 2 será

$$\frac{P_1}{\gamma} + h_1 = \frac{P_2}{\gamma} + h_2$$

reemplazando

$$\frac{P_1}{\gamma}-\frac{P_2}{\gamma}+h_1=\frac{P_1-P_2}{\gamma}+h_1$$

donde

$$\frac{P_1-P_2}{\gamma}=\Delta h$$

entonces

$$\Delta P = P_1 - P_2 = \gamma\Delta h$$

ahora

$$\frac{\partial}{\partial\ell}(P+\gamma h)=\frac{\gamma\Delta h+\gamma h_1}{L}=\frac{\gamma(\Delta h+h_1)}{L}$$

reemplazando

$$\frac{\partial}{\partial\ell}(P+\gamma h)=\frac{55{,}00\,\frac{lb}{ft^3}(4{,}00\,ft+16{,}00\,ft)}{16{,}00\,ft}=68{,}75\,\frac{lb}{ft^3}$$

Al sustituir en la ecuación de Hagen–Poiseuille

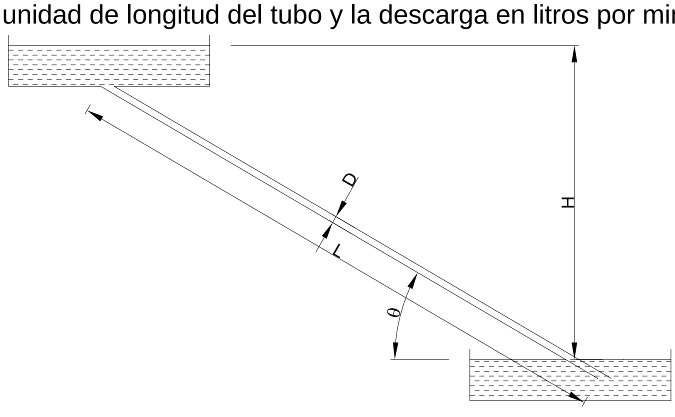
$$Q=\frac{\Delta p\,\pi D^4}{128\mu L}$$

$$Q=\frac{68{,}75\,\frac{lb}{ft^3}\,\pi\left(\frac{1}{4}in\times\frac{1{,}00\,ft}{12{,}00in}\right)^4}{128\times 0{,}10Poise\times\frac{1{,}00\,\frac{slug}{ft\times s}}{479Poise}}=0{,}00152\,\frac{ft^3}{s}$$

$$\boxed{Q=0{,}00152\,\frac{ft^3}{s}}$$

Ejercicio 5-29

En la figura, H = 24 m, L = 40 m, θ = 30 º, D = 8 mm, γ = 10 kN/m^3 y μ = 0,08 kg/ms. Encuéntrese la pérdida de carga por unidad de longitud del tubo y la descarga en litros por minuto.



Resolución

La pérdida de carga entre 1 y 2 será

$$\frac{\partial}{\partial \ell}(P+\gamma h)=\frac{\gamma H}{L}$$

reemplazando

$$\frac{\partial}{\partial \ell}(P+\gamma h)=\frac{10\frac{kN}{m^3}24{,}00m}{40{,}00m}=6{,}00\frac{kN}{m^3}$$

$$\boxed{\frac{\partial}{\partial \ell}(P+\gamma h)=6{,}00\frac{kN}{m^3}}$$

La descarga será a partir de Hagen–Poiseuille

$$Q=\frac{\Delta p\pi D^4}{128\mu L}$$

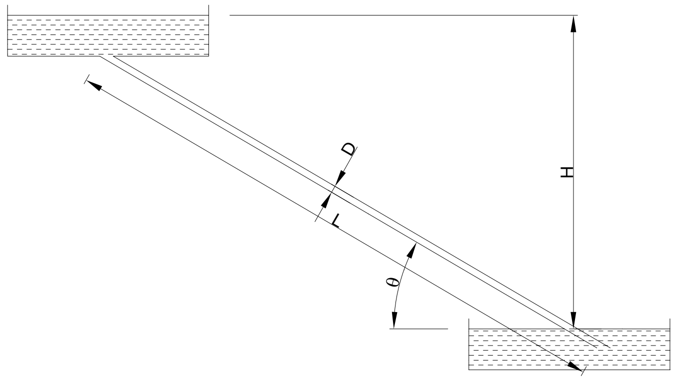
$$Q=\frac{6{,}00\frac{kN}{m^3}\times\frac{1000{,}00N}{1{,}00kN}\pi(0{,}008m)^4}{128\times 0{,}08\frac{kg}{m\times s}}$$

$$Q=7{,}54\times 10^{-6}\frac{m^3}{s}\times\frac{60{,}00s}{1{,}00m}\times\frac{1000{,}00dm^3}{1{,}00m^3}=0{,}45\frac{dm^3}{\min}$$

$$\boxed{Q=0{,}45\frac{dm^3}{\min}}$$

Ejercicio 5-30

En la figura y problema anterior encuéntrese H si la velocidad es 0,1 m/s.



Resolución

A partir de Hagen–Poiseuille

$$Q=\frac{\Delta p\pi D^4}{128\mu L}$$

$$vA = \frac{\Delta p \pi D^4}{128 \mu L}$$

$$v \frac{\pi}{4} D^2 = \frac{\Delta p \pi D^4}{128 \mu L}$$

$$v = \frac{\Delta p D^2}{32 \mu L}$$

Además

$$\frac{\partial}{\partial \ell}(P + \gamma h) = \frac{\Delta P}{L} = \frac{\gamma H}{L}$$

reemplazando

$$v = \frac{\gamma H D^2}{32 \mu L}$$

despejando

$$H = \frac{32 \mu L v}{\gamma D^2}$$

$$H = \frac{32 \times 0{,}08 \dfrac{kg}{m \times s} \times 40{,}00m \times 0{,}10 \dfrac{m}{s}}{10{,}00 \dfrac{kN}{m^3} \times \dfrac{1000{,}00N}{1{,}00kN} (0{,}008m)^2} = 16{,}00m$$

$$\boxed{H = 16{,}00m}$$

Ejercicio 5-63

¿Qué diámetro para un tubo limpio de hierro galvanizado tiene el mismo factor de fricción para **R** = 100000 que un tubo de hierro fundido de 300 mm de diámetro ?

Resolución

Para el tubo de hierro fundido tenemos

$$R_e = \frac{VD_1}{\nu} = 100000$$

Suponiendo que el fluido es agua, entonces ν = 1,00 x 10^{-5} entonces

$$V = \frac{R_e \nu}{D_1} = \frac{100000 \times 1{,}00 \times 10^{-6} \dfrac{m^2}{s}}{0{,}3m} = 0{,}33 \frac{m}{s}$$

Ingresando al ábaco de Moody para $\mathbf{R_e}$ = 100000 = 1,00 x 10^5 obtenemos

$$f = 0{,}0215$$

A partir de la ecuación de Colebrook

$$f = \frac{1{,}325}{\left[\ln\left(\dfrac{\varepsilon}{3{,}7D} + \dfrac{5{,}74}{R_e^{0{,}9}} \right) \right]^2}$$

$$f = \frac{1{,}325}{\left[\ln\left(\frac{\varepsilon}{3{,}7D} + \frac{5{,}74\nu^{0{,}9}}{\nu^{0{,}9}D^{0{,}9}}\right)\right]^2}$$

iteramos hasta encontrar D_2, esto es

D	$5.74\nu^{0,9}$	$\nu^{0,9}D^{0,9}$	$\frac{5.74\nu^{0,9}}{\nu^{0,9}D^{0,9}}$	ε	ε/3,7D	$\frac{\varepsilon}{3{,}7D} + \frac{5{,}74\nu^{0{,}9}}{\nu^{0{,}9}D^{0{,}9}}$	ln ()	$[\ln ()]^2$	f
0,1500	0,00002	0,5359	0,0000	0,0002	0,0003	0,0003	-8,0696	65,1182	0,0203
0,1100	0,00002	0,4054	0,0001	0,0002	0,0004	0,0004	-7,7636	60,2735	0,0220
0,1000	0,00002	0,3720	0,0001	0,0002	0,0004	0,0005	-7,6696	58,8220	0,0225
0,1200	0,00002	0,4384	0,0001	0,0002	0,0003	0,0004	-7,8495	61,6140	0,0215

Finalmente

$$\boxed{D = 120mm}$$

Ejercicio 5-67

Se va a bombear agua a 20 ºC en 1 km de tubo de hierro forjado con 200 mm de diámetro a la velocidad de 60 L/s. Calcúlese la pérdida de carga y la potencia requerida.

Resolución

$$R_e = \frac{VD}{\nu} = \frac{Q}{A}\frac{D}{\nu} = \frac{Q}{\pi\frac{D^2}{4}}\frac{D}{\nu} = \frac{4Q}{\pi D\nu}$$

reemplazando

$$R_e = \frac{4Q}{\pi D\nu} = \frac{4\times 60{,}00\frac{dm^3}{s}\times\frac{1{,}00m^3}{1000{,}00dm^3}}{\pi\times 0{,}20m\times 1{,}00\times 10^{-6}\frac{m^2}{s}} = 381971{,}86$$

Como R_e es mayor que 5000 se puede aplicar la ecuación de Colebrook, entonces

$$f = \frac{1{,}325}{\left[\ln\left(\frac{\varepsilon}{3{,}7D} + \frac{5{,}74}{R_e^{0{,}9}}\right)\right]^2}$$

donde para el hierro forjado ε = 0,046 mm, reemplazando

$$f = \frac{1{,}325}{\left[\ln\left(\frac{0{,}046mm}{3{,}7\times 200mm} + \frac{5{,}74}{381971{,}86^{0{,}9}}\right)\right]^2}$$

$$f = 0{,}016$$

Por la fórmula de Darcy-Weisbach a pérdida de carga será

$$h_f = f\,\frac{L}{D}\frac{v^2}{2g}$$

$$h_f = f \frac{L}{D} \frac{Q^2}{A^2} \frac{1}{2g}$$

$$h_f = f \frac{L}{D} \frac{Q^2}{\left(\pi \frac{D^2}{4}\right)^2} \frac{1}{2g}$$

$$h_f = f \frac{16LQ^2}{\pi^2 D^5 2g}$$

reemplazando

$$h_f = 0{,}016 \times \frac{16 \times 1000{,}00m \times \left(60{,}00 \frac{dm^3}{s} \times \frac{1{,}00m^3}{1000{,}00dm^3}\right)^2}{\pi^2 (0{,}20m)^5 2 \times 9{,}806 \frac{m}{s^2}}$$

$$\boxed{h_f = 15{,}02m}$$

La potencia requerida será

$$P = \gamma Q h$$

reemplazando

$$P = 9806{,}00 \frac{N}{m^3} 0{,}06 \frac{m^3}{s} 15{,}02m$$

$$\boxed{P = 8836{,}50Watt}$$

Ejercicio 5-83

¿Qué medida de tubo hierro fundido nuevo se necesita para transportar 400 L/s de agua a 25 ºC un kilómetro con pérdida de carga de 2 m? Úsese el diagrama de Moody y la ecuación (5.8.18)

Resolución

Proponemos un diámetro, calculamos el número de Reynolds, luego el factor de fricción a través del gráfico de Moody o la ecuación de Colebrook y lo verificamos calculando la pérdida de carga con la ecuación de Darcy-Weisbach.

D	Q	ν	R_e	$\frac{5.74}{R_e^{0,9}}$	ε	ε/3,7D	$\frac{\varepsilon}{3{,}7D} + \frac{5{,}74}{R_e^{0.9}}$	ln ()	$[\ln ()]^2$	f	h_f
0,500	0,40	0,0000009	1131768,48	0,00002	0,00025	0,00014	0,00016	-8,77	76,88	0,02	7,29
0,600	0,40	0,0000009	943140,40	0,00002	0,00025	0,00011	0,00014	-8,90	79,17	0,02	2,85
0,620	0,40	0,0000009	912716,52	0,00002	0,00025	0,00011	0,00013	-8,92	79,55	0,02	2,40
0,640	0,40	0,0000009	884194,13	0,00003	0,00025	0,00011	0,00013	-8,94	79,92	0,02	2,04
0,650	0,40	0,0000009	870591,14	0,00003	0,00025	0,00010	0,00013	-8,95	80,09	0,02	1,89
0,645	0,40	0,0000009	877339,91	0,00003	0,00025	0,00010	0,00013	-8,94	80,00	0,02	1,96
0,643	0,40	0,0000009	880753,68	0,00003	0,00025	0,00011	0,00013	-8,94	79,96	0,02	2,00

$$\boxed{D = 643mm}$$

Utilizando la ecuación (5.8.18) tenemos

$$D = 0.66\left[\varepsilon^{1.25}\left(\frac{LQ^2}{gh_f}\right)^{4.75} + \nu Q^{9.4}\left(\frac{L}{gh_f}\right)^{5,2}\right]^{0,04}$$

reemplazando

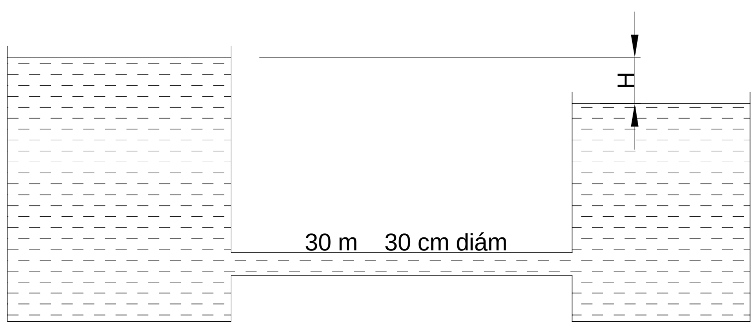
$$D = 0.66\left[0.00025m^{1.25}\left(\frac{1000,00m\times\left(0,40\frac{m^3}{s}\right)^2}{9,806\frac{m}{s^2}2,00m}\right)^{4.75} + 1,00\times10^{-6}\frac{m^2}{s}\left(0.40\frac{m^3}{s}\right)^{9.4}\left(\frac{1000,00m}{9,806\frac{m}{s^2}\times2,00m}\right)^{5,2}\right]^{0,04}$$

$$D = 0,654m$$

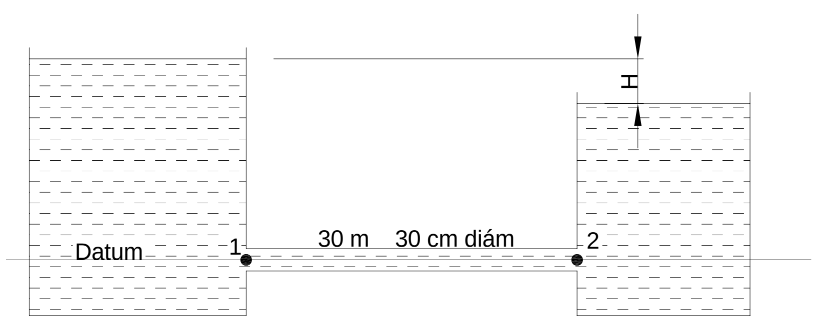
$$\boxed{D = 654mm}$$

Ejercicio 5-90

Calcúlese el valor H de la figura para 125 L/s de agua a 15 ºC en un tubo de acero comercial. Inclúyanse las pérdidas menores.



Resolución



Planteando la ecuación de Bernoulli entre 1 y 2, tenemos

$$\frac{P_1}{\gamma} + z_1 + \frac{v_1^{\,2}}{2g} = \frac{P_2}{\gamma} + z_2 + \frac{v_2^2}{2g} + h_f$$

reemplazando y despejando

$$\frac{P_1}{\gamma} - \frac{P_2}{\gamma} = \left(K_b + f\,\frac{L}{D} + K_s \right)\frac{v_2^2}{2g}$$

$$H = \left(K_b + f\,\frac{L}{D} + K_s \right)\frac{v_2^2}{2g}$$

El número de Reynolds será

$$R_e = \frac{4Q}{\pi D \nu} = \frac{4 \times 125{,}00\,\frac{dm^3}{s} \times \frac{1{,}00m^3}{1000{,}00dm^3}}{\pi \times 0{,}30m \times 1{,}00 \times 10^{-6}} = 530516{,}48$$

como es mayor a 5000 se puede utilizar la ecuación de Colebrook

$$f = \frac{1{,}325}{\left[\ln\left(\frac{\varepsilon}{3{,}7D} + \frac{5{,}74}{R_e^{0{,}9}}\right)\right]^2}$$

reemplazando

$$f = \frac{1{,}325}{\left[\ln\left(\frac{4{,}60 \times 10^{-5}\,m}{3{,}7 \times 0{,}30m} + \frac{5{,}74}{530516{,}48^{0{,}9}}\right)\right]^2} = 0{,}015$$

reemplazando en

$$H = \left(K_b + f\,\frac{L}{D} + K_s \right)\frac{Q^2}{A^2\,2g}$$

$$H = \left(K_b + f\,\frac{L}{D} + K_s \right)\frac{8Q^2}{\pi^2 D^4 g}$$

obtenemos

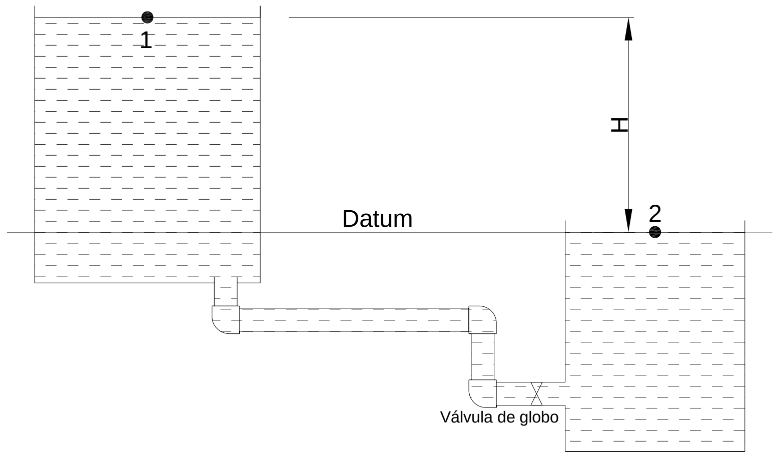
$$H = \left(0{,}50 + 0{,}015\,\frac{30{,}00m}{0{,}30m} + 1{,}00 \right)\frac{8 \times \left(0{,}125\,\frac{m^3}{s}\right)^2}{\pi^2 (0{,}30m)^4\, 9{,}806\,\frac{m}{s^2}} =$$

$$\boxed{H = 0{,}48m}$$

Ejercicio 5-94

Una línea de agua que conecta dos depósitos a 70 ºF tiene 5000 ft de tubo de acero de 24 in de diámetro, tres codos estándar, una válvula de globo y un tubo de alimentación con reentrada, ¿Cuál es la diferencia de alturas de los depósitos para 20 ft^3/s?

Resolución



Planteando la ecuación de Bernoulli entre 1 y 2, tenemos

$$\frac{P_1}{\gamma}+h_1+\frac{v_1^{\,2}}{2g}=\frac{P_2}{\gamma}+h_2+\frac{v_2^2}{2g}+Hp$$

reemplazando y despejando

$$H=\left(K_e+f\,\frac{L}{D}+3K_c+K_v+K_s\right)\frac{v_2^2}{2g}$$

El número de Reynolds será

$$R_e=\frac{4Q}{\pi D\nu}=\frac{4\times 20{,}00\,\frac{ft^3}{s}}{\pi\times 24{,}00in\times\frac{1{,}00\,ft}{12{,}00in}\times 1{,}10\times 10^{-5}\,\frac{ft^2}{s}}=1157490{,}49$$

como es mayor a 5000 se puede utilizar la ecuación de Colebrook

$$f=\frac{1{,}325}{\left[\ln\left(\frac{\varepsilon}{3{,}7D}+\frac{5{,}74}{R_e^{0,9}}\right)\right]^2}$$

reemplazando

$$f=\frac{1{,}325}{\left[\ln\left(\frac{0{,}00015\,ft}{3{,}7\times 2\,ft}+\frac{5{,}74}{1157490{,}49^{0,9}}\right)\right]^2}=0{,}013$$

reemplazando en

$$H=\left(K_e+f\,\frac{L}{D}+3K_c+K_v+K_s\right)\frac{8Q^2}{\pi^2D^4g}$$

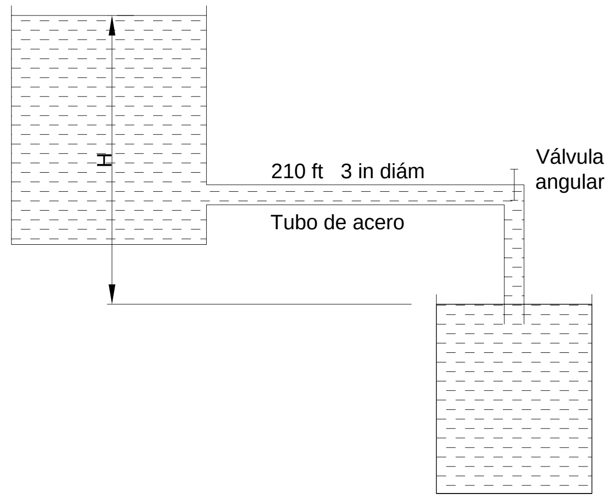
obtenemos

$$H=\left(0{,}80+0{,}013\frac{5000{,}00\,ft}{2{,}00\,ft}+3\times 0{,}90+10+1\right)\frac{8\times\left(20{,}00\,\frac{ft^3}{s}\right)^2}{\pi^2(2{,}00\,ft)^4\,32{,}174\,\frac{ft}{s^2}}=$$

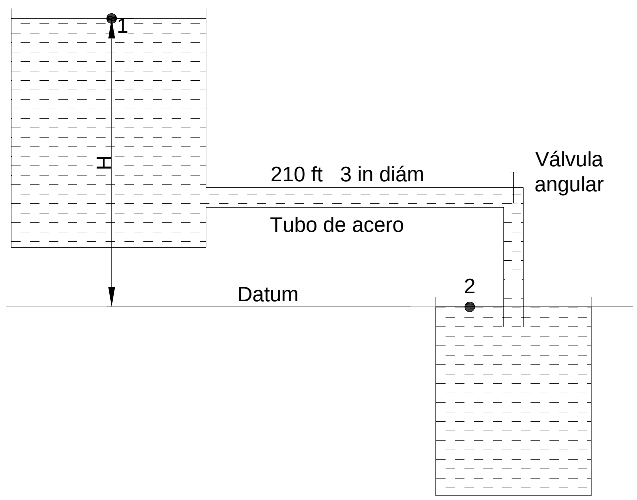
$$\boxed{H=29{,}50\,ft}$$

Ejercicio 5-98

Encuéntrese H de la figura para 200 gpm de flujo de aceite, μ = 0,1 P, γ = 60 lb/ft^3 para la válvula en ángulo totalmente abierta.



Resolución



Planteando la ecuación de Bernoulli entre 1 y 2, tenemos

$$\frac{P_1}{\gamma} + h_1 + \frac{v_1^{\ 2}}{2g} = \frac{P_2}{\gamma} + h_2 + \frac{v_2^2}{2g} + Hp$$

reemplazando y despejando

$$H = \left(K_e + f\,\frac{L}{D} + K_v + K_s \right) \frac{v_2^2}{2g}$$

El número de Reynolds será

$$R_e = \frac{4Q\rho}{\pi D\mu} = \frac{4\times 200{,}00\,\frac{gal}{\min}\times\frac{1{,}00\,\frac{ft^3}{s}}{448{,}83\,\frac{gal}{\min}}\times 1{,}94\,\frac{slug}{ft^3}}{\pi\times 3{,}00in\times\frac{1{,}00\,ft}{12{,}00in}\times 0{,}10Poise\times\frac{1{,}00\,\frac{slug}{ft\times s}}{479Poise}} = 21088{,}97$$

como es mayor a 5000 se puede utilizar la ecuación de Colebrook

$$f = \frac{1{,}325}{\left[\ln\left(\frac{\varepsilon}{3{,}7D}+\frac{5{,}74}{R_e^{0,9}}\right)\right]^2}$$

reemplazando

$$f = \frac{1{,}325}{\left[\ln\left(\frac{0{,}00015\,ft}{3{,}7\times 0{,}25\,ft}+\frac{5{,}74}{21088{,}97^{0,9}}\right)\right]^2} = 0{,}027$$

reemplazando en

$$H = \left(K_e + f\,\frac{L}{D} + K_v + K_s\right)\frac{8Q^2}{\pi^2 D^4 g}$$

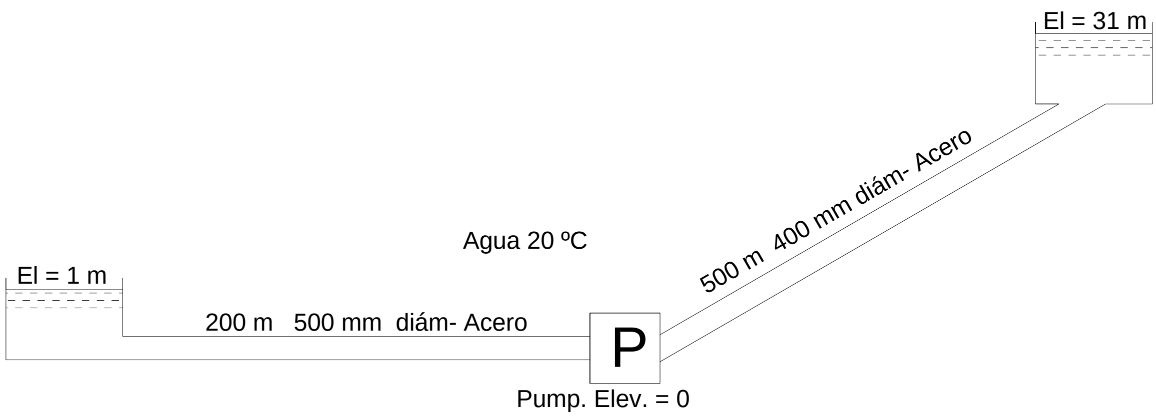
obtenemos

$$H = \left(0{,}50 + 0{,}027\,\frac{210{,}00\,ft}{0{,}25\,ft} + 5{,}00 + 1{,}00\right)\frac{8\times\left(200{,}00\,\frac{gal}{\min}\times\frac{1{,}00\,\frac{ft^3}{s}}{448{,}83\,\frac{gal}{\min}}\right)^2}{\pi^2\left(0{,}25\,ft\right)^4 32{,}174\,\frac{ft}{s^2}} =$$

$$\boxed{H = 37{,}29\,ft}$$

Ejercicio 5-104

El sistema de bombeo de la figura tiene una curva de descarga-carga de la bomba H = 40 – 24Q^2 con la carga en metros y la descarga en metros cúbicos por segundo. Las longitudes de los tubos incluyen corrección para pérdidas menores. Determínese el flujo del sistema en litros por segundo. Para una eficiencia de bombeo del sistema de 72 % determínese la potencia requerida. La bomba requiere una carga de succión de por lo menos 1/2 atm, para evitar la cavitación. ¿Cuál es la descarga máxima y potencia requerida para alcanzar este máximo?



Resolución

Planteando la ecuación de Bernoulli entre 1 y 2, tenemos

$$\frac{P_1}{\gamma}+h_1+\frac{v_1^{\;2}}{2g}+H_B=\frac{P_2}{\gamma}+h_2+\frac{v_2^2}{2g}+Hp$$

reemplazando

$$h_1+H_B=h_2+Hp$$

$$h_1-h_2+H_B=\left(f_1\frac{L_1}{D_1}\right)\frac{v_1^2}{2g}+\left(f_2\frac{L_2}{D_2}\right)\frac{v_2^2}{2g}$$

Por la ecuación de continuidad

$$h_1-h_2+H_B=\left(f_1\frac{L_1}{D_1}\right)\frac{8Q^2}{\pi D_1^4 g}+\left(f_2\frac{L_2}{D_2}\right)\frac{8Q^2}{\pi D_2^4 g}$$

$$h_1-h_2+40-24Q^2=\left(f_1\frac{L_1}{D_1}\right)\frac{8Q^2}{\pi D_1^4 g}+\left(f_2\frac{L_2}{D_2}\right)\frac{8Q^2}{\pi D_2^4 g}$$

$$h_1-h_2+40=\left[\left(f_1\frac{L_1}{D_1}\right)\frac{8}{\pi D_1^4 g}+\left(f_2\frac{L_2}{D_2}\right)\frac{8}{\pi D_2^4 g}+24\right]Q^2$$

$$Q=\sqrt{\frac{h_1-h_2+40}{\left[\left(f_1\frac{L_1}{D_1}\right)\frac{8}{\pi D_1^4 g}+\left(f_2\frac{L_2}{D_2}\right)\frac{8}{\pi D_2^4 g}+24\right]}}$$

Para encontrar f debemos proponer un caudal, encontrar el número de Reynolds, calcular f por la ecuación de Colebrook, luego se calcula el caudal y se verfica el número de Reynolds.

Q [m^3/s]	R_{e1}	R_{e2}	f_1	f_2	Q [m^3/s]
1,0000	2546479,11	3183098,89	0,0126	0,0129	0,2193
0,2200	560225,40	700281,76	0,0142	0,0141	0,2099
0,2100	534760,61	668450,77	0,0143	0,0142	0,2095
0,2095	533487,37	666859,22	0,0143	0,0142	0,2095

$$\boxed{Q = 209{,}5\,\frac{dm^3}{s}}$$

La potencia será

$$P = \gamma Q h \eta$$

reemplazando

$$P = \gamma Q\left(40 - 24Q^2\right)\eta$$
$$P = \gamma\eta Q 40 - 24\gamma\eta Q^3$$
$$P = 40 \times 1000{,}00\,\frac{kg}{m^3} \times 0{,}72 \times 0{,}2095\,\frac{m^3}{s} - 24 \times 1000{,}00\,\frac{kg}{m^3} \times 0{,}72 \times \left(0{,}2095\,\frac{m^3}{s}\right)^3$$

$$\boxed{P = 5{,}87\,kWatt}$$

Capítulo 6: Flujos externos

Desarrollo teórico

Capa límite laminar

Se propone

$$F = \frac{u}{U} = \frac{y}{\delta} = \eta$$

Reemplazando en

$$\tau_0 = \rho \frac{\partial}{\partial x}\left(\int_0^h u(U-u)dy \right)$$

Obtenemos

$$\tau_0 = \rho U^2 \frac{\partial \delta}{\partial x} \int_0^1 \frac{uU - u^2}{U^2} d\eta$$

$$\tau_0 = \rho U^2 \frac{\partial \delta}{\partial x} \int_0^1 \frac{u}{U}\left(1 - \frac{u}{U}\right) d\eta$$

$$\tau_0 = \rho U^2 \frac{\partial \delta}{\partial x} \int_0^1 \eta(1-\eta) d\eta$$

$$\tau_0 = 0{,}166 \rho U^2 \frac{\partial \delta}{\partial x}$$

De la ley de viscosidad de Newton

$$\tau_0 = \mu \left. \frac{\partial u}{\partial y} \right|_{y=0}$$

Cambiando las variables

$$\tau_0 = \mu \frac{U}{\delta} \left. \frac{\partial F}{\partial \eta} \right|_{\eta=0}$$

Entonces

$$\tau_0 = \mu \frac{U}{\delta}$$

Reemplazando

$$\mu \frac{U}{\delta} = 0{,}166 \rho U^2 \frac{\partial \delta}{\partial x}$$

Separando las variables

$$\mu \frac{U}{\rho} \partial x = 0{,}166 U^2 \delta \partial \delta$$

Integrando tenemos

$$\upsilon x = 0{,}166 U \frac{\delta^2}{2}$$

Despejando

$$\frac{\delta}{x} = \sqrt{\frac{1}{0{,}083} \frac{\upsilon}{xU}}$$

Resolviendo

$$\boxed{\frac{\delta}{x} = \frac{3{,}46}{R_x^{1/2}}}$$

Capa límite turbulenta

Se propone

$$F = \frac{u}{U} = \left(\frac{y}{\delta}\right)^{\frac{1}{7}} = \eta^{\frac{1}{7}}$$

Reemplazando en

$$\tau_0 = \rho \frac{\partial}{\partial x}\left(\int_0^h u(U-u)dy\right)$$

Obtenemos

$$\tau_0 = \rho U^2 \frac{\partial \delta}{\partial x}\int_0^1 \eta^{\frac{1}{7}}\left(1-\eta^{\frac{1}{7}}\right)d\eta$$

$$\tau_0 = \frac{7}{72}\rho U^2 \frac{\partial \delta}{\partial x}$$

De la ley de viscosidad de Newton

$$\tau_0 = \mu \left.\frac{\partial u}{\partial y}\right|_{y=0}$$

Cambiando las variables

$$\tau_0 = \mu \frac{\partial (FU)}{\partial\left(\eta^{\frac{1}{7}}\delta\right)}$$

Entonces

$$\tau_0 = 0{,}0228\rho U^2\left(\frac{\upsilon}{U\delta}\right)^{\frac{1}{4}}$$

igualando

$$0{,}0228\rho U^2\left(\frac{\upsilon}{U\delta}\right)^{\frac{1}{4}} = \frac{7}{72}\rho U^2\frac{\partial \delta}{\partial x}$$

Separando las variables

$$\frac{\upsilon^{\frac{1}{4}}}{U^{\frac{1}{4}}\delta^{\frac{1}{4}}}\partial x = 4{,}254\partial\delta$$

Integrando tenemos

$$\upsilon^{\frac{1}{4}}x = 4{,}254U^{\frac{1}{4}}\frac{4}{5}\delta^{\frac{5}{4}}$$

$$\upsilon^{\frac{1}{4}}x = 3{,}4032U^{\frac{1}{4}}\delta^{\frac{5}{4}}$$

Despejando

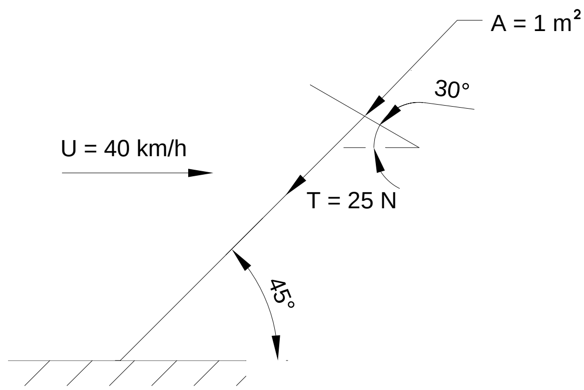
$$\delta^{\frac{5}{4}} = \frac{\upsilon^{\frac{1}{4}} x}{3{,}4032 U^{\frac{1}{4}}}$$

$$\delta = \left(\frac{\upsilon^{\frac{1}{4}} x}{3{,}4032 U^{\frac{1}{4}}} \right)^{\frac{4}{5}}$$

Resolviendo

$$\boxed{\delta = \frac{0{,}375}{\mathrm{Re}_x^{\frac{1}{5}}} x}$$

Ejercicio propuesto en clase. Barrilete



Resolución

El arrastre será

$$D = C_D \frac{\rho U^2}{2} A_D$$

Despejando

$$C_D = \frac{2D}{\rho U^2 A_D}$$

Reemplazando

$$C_D = \frac{2 \times 25{,}00 N sen 45º}{1{,}23 \frac{kg}{m^3} \left(40{,}00 \frac{km}{h} \times 0{,}27 \frac{mh}{kms} \right)^2 1{,}00 m^2 sen 30º} = 0{,}47$$

$$\boxed{C_D = 0{,}47}$$

La sustentación será

$$L = C_L \frac{\rho U^2}{2} A_L$$

Despejando

$$C_L = \frac{2D}{\rho U^2 A_L}$$

Reemplazando

$$C_L = \frac{2 \times 25{,}00 N \cos 45º}{1{,}23 \frac{kg}{m^3} \left(40{,}00 \frac{km}{h} \times 0{,}27 \frac{mh}{kms} \right)^2 1{,}00 m^2 \cos 30º} = 0{,}27$$

$$\boxed{C_L = 0{,}47}$$

Ejercicio 6-6

Una corriente de aire fluye sobre una placa lisa con una velocidad de 150 km/h a 20 ºC y 100 kPa. ¿Qué longitud debe tener la placa para que la capa límite tenga un espesor de 8 mm?

Resolución

Partiendo de

$$\frac{\delta}{x} = \frac{0{,}37}{(Ux/\nu)^{1/5}}$$

$$\frac{\delta^5}{x^5} = \frac{0{,}37^5\, \nu}{Ux}$$

$$x = \sqrt[4]{\frac{U\delta^5}{0{,}37^5 \nu}}$$

donde

$$U = \frac{150{,}00\ km}{h} \cdot \frac{1000\ m}{1\ \ km} \cdot \frac{1\ \ \ h}{3600\ s} = 41{,}66\ \frac{m}{s}$$

$$\delta = 8{,}00\ mm. \frac{1\ \ \ m}{1000\ mm} = 8{,}00 \times 10^{-3}\ m$$

$\nu = 1{,}15\ 10^{-5}\ m^2/s$

reemplazando

$$x = \sqrt[4]{\frac{41{,}66\ m/s\ (8{,}00 \times 10^{-3}\ m)^5}{0{,}37^5 \cdot 1{,}60\ 10^{-5}\ m^2/s}}$$

$$\boxed{\mathbf{x = 0{,}333\ m}}$$

Ejercicio 6-7

Estímese el arrastre por fricción superficial en una aeronave de 100 m de largo, diámetro promedio de 20 m con velocidad de 130 km/h que viaja por aire a 90 kPa abs y 25 ºC.

Resolución

Suponiendo el avión es un cilindro, entonces

$$\frac{l}{D} = \frac{100{,}00}{20{,}00} = 5{,}00$$

ahora, de tabla 6,1

$$C_D = 0{,}86$$

La densidad será, por la ecuación de estado

$$\rho = \frac{P}{RT} = \frac{90kPa}{287\dfrac{m \times N}{kg * K}\left(25^{\circ}C + 273{,}15\right)K} = 1{,}05\frac{kg}{m^3}$$

El arrastre frontal será

$$D = C_D \frac{\rho U^2}{2}\frac{\pi \varnothing^2}{4}$$

reemplazando

$$D = 0{,}86 \times \frac{1{,}05\dfrac{kg}{m^3}\left(130{,}00\dfrac{km}{h} \times \dfrac{1{,}00\dfrac{m}{s}}{3{,}60\dfrac{km}{h}}\right)^2}{2}\frac{\pi\left(20{,}00m\right)^2}{4}$$

$$\boxed{D = 184{,}96kN}$$

El arrastre lateral será

$$D = C_D \frac{\rho U^2}{2}\pi \varnothing l$$

reemplazando

$$D = 0{,}86 \times \frac{1{,}05\dfrac{kg}{m^3}\left(130{,}00\dfrac{km}{h} \times \dfrac{1{,}00\dfrac{m}{s}}{3{,}60\dfrac{km}{h}}\right)^2}{2}\pi 20{,}00m \times 100{,}00m$$

$$\boxed{D = 3699{,}30N}$$

Ejercicio 6-9

Un letrero de publicidad es remolcado por un pequeño avión a una velocidad de 35 m/s. Las dimensiones del letrero son de 1,40 m por 38,00 m, p = 1 atmósfera, t = 15 ºC. Suponiendo que el letrero es una placa plana, calcúlese la potencia requerida.

Resolución

$$\mathbf{R} = v\ell/\nu$$

$$\mathbf{R} = \frac{35{,}00 \text{ m/s} \cdot 38{,}00 \text{ m}}{1{,}57\ 10^{-5} \text{ m}^2\text{/s}} =$$

$$\mathbf{R} = 8{,}47 \times 10^{7}$$

entonces

$$C_D = \frac{0{,}455}{(\log \mathbf{R}_\ell)^{2{,}58}} =$$

$$C_D = 2{,}18 \times 10^{-3}$$

El arrastre será

$$D = C_D b \ell \rho \frac{U^2}{2}$$

reemplazando

$$D = 2{,}18 \times 10^{-3} \,.\, 1{,}40\ m \,.\, 38{,}00\ m\ 1{,}2928\ kg/m^3\ \frac{(35\ m/s)^2}{2}$$

$$D = 91{,}83\ \ N =$$

La potencia será

$$P = D.V = 91{,}83\ N \,.\, 35\ m/s$$

$$\boxed{\mathbf{P = 3214{,}20\ W}}$$

Ejercicio 6-12

¿Cuántos paracaídas de 30 m de diámetro (C_D = 1,2) se deben usar para dejar caer un tractor nivelador que pesa 45 kN a una velocidad final de 10 m/s del aire a 100 kPa abs a 20 ºC?

Resolución

La densidad será, por la ecuación de estado

$$\rho = \frac{P}{RT} = \frac{100{,}00 kPa}{287 \frac{m \times N}{kg * K}\left(20^{\circ} C + 273{,}15\right) K} = 1{,}19 \frac{kg}{m^3}$$

El arrastre será

$$D = C_D \frac{\rho U^2}{2} \frac{\pi \varnothing^2}{4}$$

despejando

$$\varnothing = \sqrt{\frac{4}{\pi} \frac{2}{\rho U^2} \frac{D}{C_D}}$$

reemplazando

$$\varnothing = \sqrt{\frac{8}{\pi \times 1{,}19 \frac{kg}{m^3}\left(10{,}00 \frac{m}{s}\right)^2} \frac{45000{,}00 N}{1{,}2}} = 28{,}33 m$$

Como el diámetro necesario es menor al del paracaídas, se necesita solo **uno**

Ejercicio 6-13

Un objeto que pesa 400 lb se fija a un disco circular y es dejado caer desde un avión. ¿Qué diámetro debe tener el disco para hacer que el objeto toque tierra a 72 ft/s? El disco esta fijado de tal forma que es normal a la dirección del movimiento con p = 14,7 psi; t = 70 ºF.

Resolución

La temperatura absoluta será

$$T_A = T_C + 273{,}15$$

$$T_A = \left[\left(T_F - 32\right) \times \frac{5}{9}\right] + 273{,}15$$

$$T_A = \left[\left(70^{\circ} F - 32\right) \times \frac{5}{9}\right] + 273{,}15 = 294{,}26 K$$

La densidad será, por la ecuación de estado

$$\rho = \frac{P}{RT} = \frac{14{,}70\,psi \times \dfrac{6894{,}76\,\dfrac{N}{m^2}}{1{,}00\,\dfrac{lb}{in^2}}}{287\,\dfrac{m \times N}{kg * K}\,294{,}26K} = 1{,}20\,\frac{kg}{m^3} \times \frac{1{,}00 slug}{14{,}594 kg} \times \frac{0{,}0283 m^3}{1{,}00\,ft^3} = 0{,}0032\,\frac{slug}{ft^3}$$

Si proponemos un número de Reynolds alto encontramos C_D a partir de la figura 6.11, esto es

$$C_D = 1{,}05$$

el diámetro será

$$\varnothing = \sqrt{\frac{4}{\pi}\frac{2}{\rho U^2}\frac{D}{C_D}}$$

reemplazando

$$\varnothing = \sqrt{\frac{8}{\pi \times 0{,}0032\,\dfrac{slug}{ft^3}\left(72{,}00\,\dfrac{ft}{s}\right)^2}\frac{400{,}00 lb}{1{,}05}} = 7{,}59\,ft$$

$$\boxed{\varnothing = 7{,}59\,ft}$$

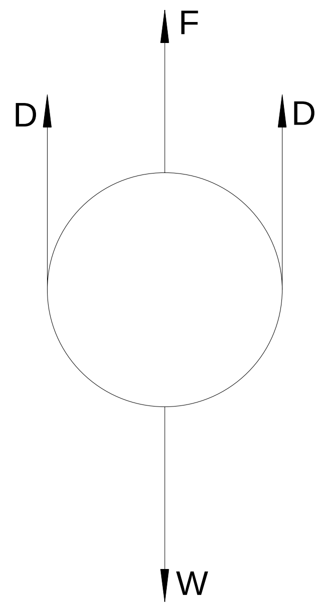
El número de Reynolds será

$$R_e = \frac{VD}{\nu} = \frac{72{,}00\,\dfrac{ft}{s}\,7{,}59\,ft}{1{,}80 \times 10^{-4}\,\dfrac{ft^2}{s}} = 3037188{,}87 \Rightarrow Verifica$$

Ejercicio 6-19

¿Cuál es la velocidad final de una pelota metálica de 2 in de diámetro, densidad relativa 3,5 que se deja caer en aceite, densidad relativa 0,80, μ = 1 p?¿Cuál sería la velocidad final para el mismo tamaño de pelota con una densidad relativa de 7,0? ¿Cómo concuerdan estos resultados con los experimentos atribuidos a Galileo en la torre inclinada de Pisa?

Resolución



Por equilibrio de fuerzas será

$$W - F = D$$

reemplazando

$$\frac{4}{3}\pi r^3 S_{pelota}\gamma - \frac{4}{3}\pi r^3 S_{aceite}\gamma = C_D\,\frac{\rho S U^2}{2}\pi r^2$$

$$\frac{4}{3}\pi r^3 \gamma\left(S_{pelota} - S_{aceite}\right) = C_D\,\frac{\rho S U^2}{2}\pi r^2$$

reemplazando

$$\frac{4}{3}\pi\left(1{,}00in \times \frac{1{,}00\,ft}{12{,}00in}\right)^3 62{,}40\,\frac{lb}{ft^3}\left(3{,}50 - 0{,}80\right) = C_D\,\frac{1{,}94\,\frac{slug}{ft^3} \times 0{,}80U^2}{2}\,\pi\left(1{,}00in \times \frac{1{,}00\,ft}{12{,}00in}\right)^2$$

$$24{,}12\,\frac{ft^2}{s^2} = C_D U^2$$

$$U = \sqrt{\frac{24{,}12\,\frac{ft^2}{s^2}}{C_D}}$$

El número de Reynolds será

$$R_e = \frac{UDS_{aceite}\rho}{\mu} = \frac{U \times \frac{1{,}00}{6{,}00}\ ft \times 0.80 \times 1{,}94\,\frac{slug}{ft^3}}{1{,}00\,poise \times \frac{1{,}00\,\frac{slug}{ft \times s}}{479{,}00\,poise}} = 123{,}90\,\frac{s}{ft}U$$

Ahora proponemos un C_D, calculamos U, luego calculamos Reynolds y buscamos un nuevo C_D de la figura 6.11página 262 de (Mecánica de los fluidos, Streeter), esto es

C_D	U	R_e
1,000	4,911	608,499
0,500	6,946	860,548
0,450	7,321	907,097
0,420	7,578	938,935
0,410	7,670	950,316
0,405	7,717	956,164
0,400	7,765	962,122

Finalmente

$$\boxed{U = 7{,}76\,\frac{ft}{s}}$$

Si la densidad relativa de la pelota es 7,0 entonces

$$\frac{4}{3}\pi r^3 \gamma \left(S_{pelota} - S_{aceite}\right) = C_D\,\frac{\rho S U^2}{2}\pi r^2$$

reemplazando

$$\frac{4}{3}\pi\left(1{,}00in \times \frac{1{,}00\,ft}{12{,}00in}\right)^3 62{,}40\,\frac{lb}{ft^3}\left(7{,}00 - 0{,}80\right) = C_D\,\frac{1{,}94\,\frac{slug}{ft^3} \times 0{,}80U^2}{2}\,\pi\left(1{,}00in \times \frac{1{,}00\,ft}{12{,}00in}\right)^2$$

$$174{,}03\,\frac{ft^2}{s^2} = C_D U^2$$

$$U = \sqrt{\frac{174{,}03\,\frac{ft^2}{s^2}}{C_D}}$$

El coeficiente C_D no cambiará, porque depende del número de Reynolds el cual no cambiará ya que no depende de la densidad de la pelota sino de su tamaño y de la densidad del aceite, entonces

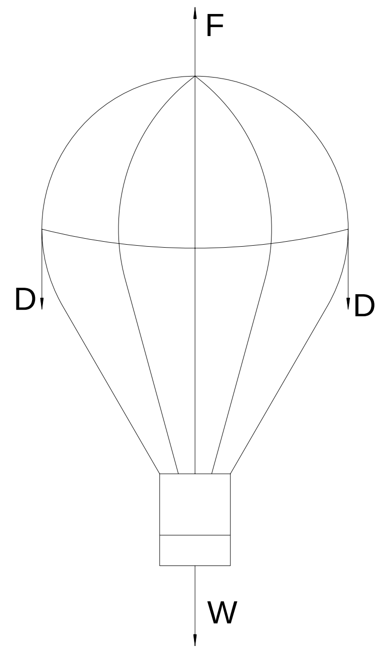
$$U = \sqrt{\frac{174{,}03\,\frac{ft^2}{s^2}}{0{,}4}}$$

$$\boxed{U = 20{,}86\,\frac{ft}{s}}$$

Ejercicio 6-20

Un globo esférico que contiene helio asciende por el aire a 14 psia, a 40 ºF. El globo y la carga pesan 300 lb. ¿Qué diámetro permite un ascenso a 10 ft/s? C_D = 0,21. Si el globo está atado al suelo en un viento de 10 mi/h, ¿Cuál es el ángulo de inclinación del cable retenedor?

Resolución



Por equilibrio de fuerzas será

$$W + D = F$$

reemplazando

$$W_{globo} + C_D \frac{\rho U^2}{2} \frac{\pi}{4} D^2 = \frac{1}{6} \pi D^3 \gamma_{aire} - \frac{1}{6} \pi D^3 \gamma_{helio}$$

Despejando

$$\frac{1}{6} \pi D^3 \left(\gamma_{aire} - \gamma_{helio} \right) - C_D \frac{\rho U^2}{2} \frac{\pi}{4} D^2 - W_{globo} = 0$$

Esta es una ecuación cúbica donde

$$a = \frac{1}{6} \pi \left(\gamma_{aire} - \gamma_{helio} \right)$$

$$b = -C_D \frac{\rho U^2}{2} \frac{\pi}{4}$$

$$c = 0$$

$$d = -W_{globo}$$

La temperatura absoluta será

$$T_A = T_C + 273{,}15$$

$$T_A = \left[\left(T_F - 32 \right) \times \frac{5}{9} \right] + 273{,}15$$

$$T_A = \left[\left(40^{\circ} F - 32 \right) \times \frac{5}{9} \right] + 273{,}15 = 277{,}59 K$$

La densidad del aire será, por la ecuación de estado

$$\rho = \frac{P}{RT} = \frac{14{,}00\,psi \times \dfrac{6894{,}76\,\dfrac{N}{m^2}}{1{,}00\,\dfrac{lb}{in^2}}}{287\,\dfrac{m \times N}{kg * K}\,277{,}59K} = 1{,}21\frac{kg}{m^3} \times \frac{1{,}00slug}{14{,}594kg} \times \frac{0{,}0283m^3}{1{,}00\,ft^3} = 0{,}0023\frac{slug}{ft^3}$$

El peso específico del aire será

$$\gamma = \rho g = 0{,}0023\frac{slug}{ft^3} \times 32{,}174\frac{ft}{s^2} = 0{,}076\frac{lb}{ft^3}$$

La densidad del helio será, por la ecuación de estado

$$\rho = \frac{P}{RT} = \frac{14{,}00\,psi \times \dfrac{6894{,}76\,\dfrac{N}{m^2}}{1{,}00\,\dfrac{lb}{in^2}}}{2077\,\dfrac{m \times N}{kg * K}\,277{,}59K} = 0{,}16\frac{kg}{m^3} \times \frac{1{,}00slug}{14{,}594kg} \times \frac{0{,}0283m^3}{1{,}00\,ft^3} = 3{,}25 \times 10^{-4}\,\frac{slug}{ft^3}$$

El peso específico del helio será

$$\gamma = \rho g = 3{,}25 \times 10^{-4}\,\frac{slug}{ft^3} \times 32{,}174\frac{ft}{s^2} = 0{,}01\frac{lb}{ft^3}$$

reemplazando

$$a = \frac{1}{6}\pi\left(0{,}076\frac{lb}{ft^3} - 0{,}01\frac{lb}{ft^3}\right) = 0{,}034$$

$$b = -0{,}21\frac{0{,}0023\dfrac{slug}{ft^3}\left(10\,\dfrac{ft}{s}\right)^2}{2}\frac{\pi}{4} = -0{,}019\,\frac{slug}{ft \times s^2}$$

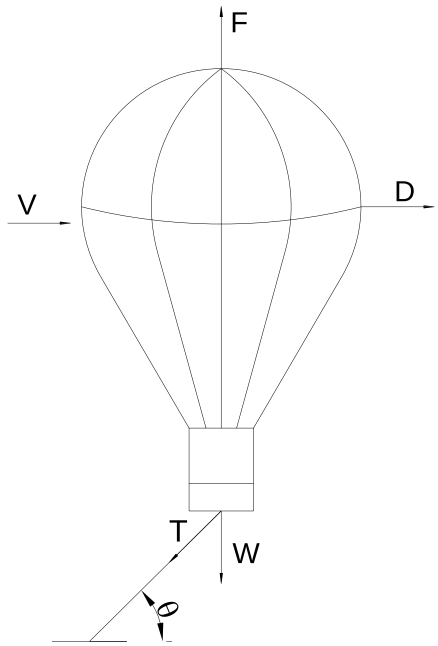
$$c = 0$$

$$d = -300lb$$

Con una calculadora o programa obtenemos

$$\boxed{D = 20{,}83\,ft}$$

Si el globo esta atado al suelo, entonces



Por equilibrio de fuerzas en horizontal será

$$D = T\cos\theta$$

y en vertical

$$F = W + Tsen\theta$$

despejando

$$T = \frac{F - W}{sen\theta}$$

reemplazando

$$D = \frac{F - W}{sen\theta}\cos\theta = \frac{F - W}{tg\theta}$$

despejando

$$tg\theta = \frac{F - W}{D}$$

reemplazando

$$tg\theta = \frac{\frac{1}{6}\pi D^3\left(\gamma_{aire} - \gamma_{helio}\right) - W_{globo}}{C_D\frac{\rho V^2}{2}\frac{\pi}{4}D^2}$$

entonces

$$tg\theta = \frac{\frac{1}{6}\pi\left(20{,}83\,ft\right)^3\left(0{,}076\frac{lb}{ft^3} - 0{,}01\frac{lb}{ft^3}\right) - 300{,}00lb}{0{,}21\times\frac{0{,}0023\frac{slug}{ft^3}\left(10{,}00\frac{mi}{h}\times\frac{5280{,}00\,ft}{1{,}00milla}\times\frac{1{,}00h}{3600{,}00s}\right)^2}{2}\frac{\pi}{4}\left(20{,}83\,ft\right)^2} = 0{,}46$$

entonces

$$\boxed{\theta = 24^{\circ}37'24''}$$

Ejercicio 6-21

Determínese la velocidad de asentamiento de pequeñas esferas metálicas cuya densidad relativa 4,5, diámetro 0,1 mm en petróleo crudo a 25 ºC y densidad relativa 0,86.

Resolución

Como la velocidad de asentamiento es pequeña, se cumple la ley de Stokes, por lo tanto

$$U = \frac{D^2}{18\mu}\left(\gamma_{esferas} - \gamma_{petroleo}\right)$$

$$U = \frac{D^2}{18\mu}\gamma_{agua}\left(S_{esferas} - S_{petroleo}\right)$$

La viscosidad absoluta del petróleo crudo la obtenemos de figura C.1 página 569 de (Mecánica de los fluidos, Streeter), esto es

$$\mu = 8{,}00\times10^{-3}\,\frac{N\times s}{m^2}$$

reemplazando

$$U = \frac{\left(0{,}10mm\times\dfrac{1{,}00m}{1000{,}00mm}\right)^2}{18\times8{,}00\times10^{-3}\,\dfrac{N\times s}{m^2}}9806{,}00\,\frac{N}{m^3}\left(4{,}50-0{,}86\right)$$

$$\boxed{U = 2{,}48\times10^{-3}\,\frac{m}{s}}$$

Verificamos que el Reynolds sea menor que 1, entonces

$$R_e = \frac{UD\rho}{\mu} = \frac{2{,}48\times10^{-3}\,\dfrac{m}{s}\left(0{,}10mm\times\dfrac{1{,}00m}{1000{,}00mm}\right)\times1000{,}00\,\dfrac{kg}{m^3}}{8{,}00\times10^{-3}\,\dfrac{N\times s}{m^2}} = 0{,}30 \Rightarrow Verifica$$

Ejercicio 6-23

¿Qué tamaño deberá tener una partícula de densidad relativa 2,5 para asentarse en aire atmosférico a 20 ºC siguiendo la ley de Stokes?¿Cuál es la velocidad de asentamiento?

Resolución

Partiendo de la ley de Stokes, tenemos

$$U = \frac{D^2}{18\mu}\left(\gamma_{partícula} - \gamma_{aire}\right)$$

$$U = \frac{D^2}{18\mu}\left(\gamma_{agua}S_{partícula} - \gamma_{aire}\right)$$

La densidad del aire será, por la ecuación de estado

$$\rho = \frac{P}{RT} = \frac{101325{,}00\,\frac{N}{m^2}}{287\,\frac{m \times N}{kg * K}\,277{,}59K} = 1{,}27\,\frac{kg}{m^3}$$

El peso específico del aire será

$$\gamma = \rho g = 1{,}27\,\frac{kg}{m^3} \times 9{,}806\,\frac{m}{s^2} = 12{,}47\,\frac{N}{m^3}$$

La viscosidad absoluta del petróleo crudo la obtenemos de figura C.1 página 569 de (Mecánica de los fluidos, Streeter), esto es

$$\mu = 2{,}00 \times 10^{-5}\,\frac{N \times s}{m^2}$$

reemplazando

$$U = \frac{D^2}{18 \times 2{,}00 \times 10^{-5}\,\frac{N \times s}{m^2}}\left(2{,}50 \times 9806{,}00\,\frac{N}{m^3} - 12{,}47\,\frac{N}{m^3}\right)$$

$$U = \frac{D^2}{18 \times 2{,}00 \times 10^{-5}\,\frac{N \times s}{m^2}}\left(2{,}50 \times 9806{,}00\,\frac{N}{m^3} - 12{,}47\,\frac{N}{m^3}\right)$$

$$U = 68{,}06 \times 10^6\,\frac{1}{m \times s}\,D^2$$

Para que se cumpla la ley de Stokes el número de Reynolds debe ser menor que 1, entonces

$$R_e = \frac{UD\rho}{\mu} < 1{,}00$$

remplazando

$$R_e = \frac{68{,}06 \times 10^6\,\frac{1}{m \times s}\,D^3 \rho}{\mu} < 1{,}00$$

despejando

$$D^3 < \frac{1{,}00 \times \mu}{\rho \times 68{,}06 \times 10^6\,\frac{1}{m \times s}}$$

reemplazando

$$D^3 < \frac{1{,}00 \times 2{,}00 \times 10^{-5}\,\frac{N \times s}{m^2}}{1000{,}00\,\frac{kg}{m^3} \times 68{,}06 \times 10^6\,\frac{1}{m \times s}}$$

$$D < \sqrt[3]{\frac{1{,}00 \times 2{,}00 \times 10^{-5}\,\frac{N \times s}{m^2}}{1000{,}00\,\frac{kg}{m^3} \times 68{,}06 \times 10^6\,\frac{1}{m \times s}}} = 6{,}64 \times 10^{-6}\,m$$

$$\boxed{D = 0{,}0066mm}$$

La velocidad de asentamiento será

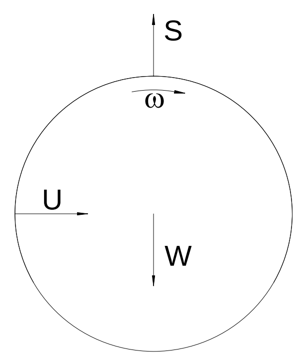
$$U = \frac{\left(6{,}64\times10^{-6}\,m\right)^2}{18\times2{,}00\times10^{-5}\,\frac{N\times s}{m^2}}\left(9806{,}00\,\frac{N}{m^3}\times2{,}50-12{,}47\,\frac{N}{m^3}\right)$$

$$\boxed{U = 3{,}00\times10^{-3}\,\frac{m}{s}}$$

Ejercicio 6-30

Un jugador de tenis, golpeando desde la línea base, desarrolla una velocidad hacia delante de 70 ft/s y un retrogiro de 5000 rpm. La pelota pesa 0,125 lb y tiene un diámetro de 2,56 in. Supóngase presión normal, 70 ºF y despréciese la fuerza de arrastre. Incluyendo la sustentación proporcionada por el retrogiro ¿cuánto habrá caído la pelota de tenis para que llegue a la red a 39 ft de distancia?

Resolución



Por equilibrio de fuerzas

$$S - W = ma$$

donde

$$C_L\,\frac{\pi}{4}D^2\,\frac{\rho U^2}{2} - W = ma$$

El coeficiente de sustentación lo obtenemos de figura 6.19 página 271 de (Mecánica de los fluidos, Streeter), ingresando con

$$\frac{D\omega}{2U} = \frac{2{,}56in\times\frac{1{,}00\,ft}{12{,}00in}\times5000rpm\times\frac{2\pi rad}{1{,}00rev}\times\frac{1{,}00m}{60{,}00s}}{2\times70{,}00\,\frac{ft}{s}} = 0{,}80$$

esto es

$$C_L = 0{,}26$$

La temperatura absoluta será

$$T_A = T_C + 273{,}15$$

$$T_A = \left[\left(T_F - 32\right)\times\frac{5}{9}\right] + 273{,}15$$

$$T_A = \left[\left(70^o F - 32 \right) \times \frac{5}{9} \right] + 273{,}15 = 294{,}26K$$

La densidad del aire será, por la ecuación de estado

$$\rho = \frac{P}{RT} = \frac{101325{,}00 \dfrac{N}{m^2}}{287 \dfrac{m \times N}{kg * K} 294{,}26K} = 1{,}20 \frac{kg}{m^3} \times \frac{1{,}00 slug}{14{,}594 kg} \times \frac{0{,}0283 m^3}{1{,}00\, ft^3} = 0{,}0023 \frac{slug}{ft^3}$$

reemplazando

$$a = \frac{0{,}26 \dfrac{\pi}{4} \left(2{,}56 in \times \dfrac{1{,}00\, ft}{12{,}00 in} \right)^2 \dfrac{0{,}0023 \dfrac{slug}{ft^3} \left(70{,}00 \dfrac{ft}{s} \right)^2}{2} - 0{,}125 lb}{\dfrac{0{,}125 lb}{32{,}174 \dfrac{ft}{s^2}}} = -18{,}69 \frac{ft}{s^2}$$

Para un movimiento de tiro oblicuo, tenemos en y

$$y = y_0 + v_{0y} t + \frac{1}{2} a_y t^2$$

y en x

$$x = x_0 + v_x t$$

Si suponemos que la velocidad inicial es cero, entonces

$$t = \frac{x}{v_x}$$

reemplazando

$$y = \frac{1}{2} a_y \left(\frac{x}{v_x} \right)^2$$

reemplazando

$$y = \frac{1}{2} \left(-18{,}69 \frac{ft}{s^2} \right) \left(\frac{39{,}00\, ft}{70{,}00 \dfrac{ft}{s}} \right)^2$$

$$\boxed{y = 2{,}90\, ft}$$

Capítulo 8: Flujo de un fluido ideal

Ejercicio 8-1

Calcúlese el gradiente de la siguientes funciones esclares en dos dimensiones

(a) $\phi = -2\ln\left(x^2 + y^2\right)$

(b) $\phi = Ux + Vy$

(c) $\phi = 2xy$

Resolución

a)

$$\frac{\partial \phi}{\partial x} = \frac{-4x}{x^2 + y^2}$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial y} = \frac{-4y}{x^2 + y^2}$$

El gradiente será

$$\boxed{\vec{\nabla}\phi = \left(\frac{\partial \phi}{\partial x}\right)\vec{i} + \left(\frac{\partial \phi}{\partial y}\right)\vec{j} = \left(\frac{-4x}{x^2 + y^2}\right)\vec{i} + \left(\frac{-4y}{x^2 + y^2}\right)\vec{j}}$$

b)

$$\frac{\partial \phi}{\partial x} = U$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial y} = V$$

El gradiente será

$$\boxed{\vec{\nabla}\phi = \left(\frac{\partial \phi}{\partial x}\right)\vec{i} + \left(\frac{\partial \phi}{\partial y}\right)\vec{j} = U\vec{i} + V\vec{j}}$$

c)

$$\frac{\partial \phi}{\partial x} = 2y$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial y} = 2x$$

El gradiente será

$$\boxed{\vec{\nabla}\phi = \left(\frac{\partial \phi}{\partial x}\right)\vec{i} + \left(\frac{\partial \phi}{\partial y}\right)\vec{j} = 2y\vec{i} + 2x\vec{j}}$$

Ejercicio 8-2

Calcúlese la divergencia de los gradientes de ϕ encontrados en el problema 8.1.

Resolución

a)

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} = \frac{-4\left(x^2 + y^2\right) + 8x^2}{\left(x^2 + y^2\right)^2}$$

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} = \frac{-4\left(x^2 + y^2\right) + 8y^2}{\left(x^2 + y^2\right)^2}$$

La divergencia será

$$\boxed{\nabla \cdot \vec{\nabla} \phi = \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} = \frac{-4\left(x^2 + y^2\right) + 8x^2}{\left(x^2 + y^2\right)^2} + \frac{-4\left(x^2 + y^2\right) + 8y^2}{\left(x^2 + y^2\right)^2} = \frac{-8\left[x^2 + y^2 - x^2 - y^2\right]}{\left(x^2 + y^2\right)^2} = 0}$$

b)

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} = 0$$

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} = 0$$

La divergencia será

$$\boxed{\nabla \cdot \vec{\nabla} \phi = \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} = 0 + 0 = 0}$$

c)

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} = 0$$

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} = 0$$

La divergencia será

$$\boxed{\nabla \cdot \vec{\nabla} \phi = \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} = 0 + 0 = 0}$$

Ejercicio 8-3

Calcúlese el rotacional de los gradientes de ϕ del problema 8.1

Resolución

a)

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x \partial y} = \frac{8xy}{\left(x^2 + y^2\right)^2}$$

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial y \partial x} = \frac{8xy}{\left(x^2 + y^2\right)^2}$$

El rotor será

$$\boxed{\nabla\times\vec{\nabla}\phi=\left(\frac{\partial^2\phi}{\partial x\partial y}-\frac{\partial^2\phi}{\partial y\partial x}\right)\vec{k}=\left(\frac{8xy}{\left(x^2+y^2\right)^2}-\frac{8xy}{\left(x^2+y^2\right)^2}\right)\vec{k}=\vec{0}}$$

b)

$$\frac{\partial^2\phi}{\partial x\partial y}=0$$

$$\frac{\partial^2\phi}{\partial y\partial x}=0$$

El rotor será

$$\boxed{\nabla\times\vec{\nabla}\phi=\left(\frac{\partial^2\phi}{\partial x\partial y}-\frac{\partial^2\phi}{\partial y\partial x}\right)\vec{k}=(0-0)\vec{k}=\vec{0}}$$

c)

$$\frac{\partial^2\phi}{\partial x\partial y}=2$$

$$\frac{\partial^2\phi}{\partial y\partial x}=2$$

El rotor será

$$\boxed{\nabla\times\vec{\nabla}\phi=\left(\frac{\partial^2\phi}{\partial x\partial y}-\frac{\partial^2\phi}{\partial y\partial x}\right)\vec{k}=(2-2)\vec{k}=\vec{0}}$$

Ejercicio 8-4

Para **q** = **i**(x + y) + **j**(y + z) + **k**(x^2 + y^2 + z^2) encuéntrese las componentes de rotación en (2,2,2).

Resolución

$$\omega_x=\frac{1}{2}\left(-\frac{\partial v}{\partial z}+\frac{\partial w}{\partial y}\right)=\frac{1}{2}(-1+2y)$$

$$\boxed{\omega_x(2{,}2{,}2)=-\frac{1}{2}+2=\frac{3}{2}=1{,}50}$$

$$\omega_y=\frac{1}{2}\left(\frac{\partial u}{\partial z}-\frac{\partial w}{\partial x}\right)=\frac{1}{2}(0-2x)=-x$$

$$\boxed{\omega_x(2{,}2{,}2)=-2}$$

$$\omega_z=\frac{1}{2}\left(\frac{\partial v}{\partial x}-\frac{\partial u}{\partial y}\right)=\frac{1}{2}(0-1)$$

$$\boxed{\omega_x(2{,}2{,}2)=-0{,}50}$$

Ejercicio 8-7

Un potencial de velocidad en flujo bidimensional es ϕ = y + x^2 – y^2. Encuéntrese la función de corriente para este flujo.

Resolución

De las ecuaciones de Cauchy-Riemann

$$\frac{\partial \psi}{\partial y} = \frac{\partial \phi}{\partial x}$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial x} = 2x$$

por lo tanto

$$\frac{\partial \psi}{\partial y} = 2x$$

además

$$\frac{\partial \psi}{\partial x} = -\frac{\partial \phi}{\partial y}$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial y} = 1 - 2y$$

por lo tanto

$$\frac{\partial \psi}{\partial x} = 2y - 1$$

Por otro lado

$$d\psi = \frac{\partial \psi}{\partial x} dx + \frac{\partial \psi}{\partial y} dy$$

reemplazando

$$d\psi = 2xdx + (2y - 1)dy$$

$$d\psi = 2xdx + 2ydy - dy$$

integrando

$$\psi = 2\int xdx + 2\int ydy - \int dy$$

finalmente

$$\boxed{\psi = x^2 + y^2 - y + cte}$$

Ejercicio 8-8

La función de corriente bidimensional para un flujo es ψ = 9 + 6x – 4y + 7xy. Encuéntrese el potencial de velocidad.

Resolución

De las ecuaciones de Cauchy-Riemann

$$\frac{\partial \psi}{\partial y} = \frac{\partial \phi}{\partial x}$$

$$\frac{\partial \psi}{\partial y} = -4 + 7x$$

por lo tanto

$$\frac{\partial \phi}{\partial x} = -4 + 7x$$

además

$$\frac{\partial \psi}{\partial x} = -\frac{\partial \phi}{\partial y}$$

$$\frac{\partial \psi}{\partial x} = 6 + 7y$$

por lo tanto

$$\frac{\partial \phi}{\partial y} = -6 - 7y$$

Por otro lado

$$d\phi = \frac{\partial \phi}{\partial x} dx + \frac{\partial \phi}{\partial y} dy$$

reemplazando

$$d\phi = (-4 + 7x)dx + (-6 - 7y)dy$$

$$d\phi = -4dx + 7xdx - 6dy + 7ydy$$

integrando

$$\phi = -4\int dx + 7\int xdx - 6\int dy - 7\int ydy$$

finalmente

$$\boxed{\phi = -4x + \frac{7}{2}\left(x^2 - y^2\right) - 6y + cte}$$

Ejercicio 8-15

En el problema 8.14 ¿cuál es la descarga entre superficies de corriente a través de los puntos r =1, θ = 0 y r = 1, θ = π/4?

Resolución

$$\psi = 9r^2 sen^2\theta$$

Valuando en (1,0)

$$\psi(1,0) = 0$$

Valuando en (1,π/4)

$$\psi\left(1, \frac{\pi}{4}\right) = 4{,}5$$

La descarga será

$$Q = \psi\left(1, \frac{\pi}{4}\right) - \psi(1,0) = 4{,}5 \frac{ft^2}{s}\ ft^2$$

$$\boxed{Q = \psi\left(1, \frac{\pi}{4}\right) - \psi(1,0) = 4{,}5 \frac{ft^2}{s}\ ft^2}$$

Capítulo 9: Mediciones de fluidos

Ejercicio 9-8

Un tubo de Pitot dirigido a una corriente de agua moviéndose a 4 m/s tiene una diferencia manométrica de 37 mm en un manómetro diferencial agua-mercurio. Determínese el coeficiente del tubo.

Resolución

$$v = C\sqrt{2gR'\left(\frac{S_0}{S} - 1\right)}$$

despejando

$$C = \frac{v}{\sqrt{2gR'\left(\frac{S_0}{S} - 1\right)}}$$

reemplazando

$$C = \frac{4{,}00\,\frac{m}{s}}{\sqrt{2 \times 9{,}806\,\frac{m}{s^2} \times 0{,}037m(13{,}55 - 1)}} = 1{,}32$$

$$\boxed{C = 1{,}32}$$

Ejercicio 9-9

Un tubo de Pitot estático, C = 1,12 tiene una diferencia manométrica de 10 mm en un manómetro agua-mercurio colocado en una corriente de agua. Calcúlese la velocidad.

Resolución

$$v = C\sqrt{2gR'\left(\frac{S_0}{S} - 1\right)}$$

reemplazando

$$v = 1{,}12\sqrt{2 \times 9{,}806\,\frac{m}{s^2} \times 0{,}010m(13{,}55 - 1)} = 1{,}76\,\frac{m}{s}$$

$$\boxed{v = 1{,}76\,\frac{m}{s}}$$

Ejercicio 9-10

Un tubo de Pitot estático del tipo Prandtl tiene los siguientes valores de diferencia manométrica R' para una distancia radial medida desde el centro en una tubería de 3 ft de diámetro

r, ft	0,00	0,30	0,60	0,90	1,20	1,48
R', in	4,00	3,91	3,76	3,46	3,02	2,40

El fluido es agua y el fluido manométrico tiene una densidad relativa de 2,93. Calcúlese la descarga.

Resolución

De la definición de caudal

$$Q = vA = v\frac{\pi}{4}D^2$$

La velocidad será, por ser una tubo del tipo Prandtl

$$v = \sqrt{2gR'\left(\frac{S_0}{S} - 1\right)}$$

sustituyendo

r [m]	R [m]	v [m/s]	Q [m^3/s]
0,000	4,000	6,434	45,480
0,300	3,910	6,361	44,965
0,600	3,760	6,238	44,094
0,900	3,460	5,984	42,299
1,200	3,020	5,591	39,518
1,480	2,400	4,984	35,228

El caudal será

$$\boxed{Q = 41{,}93\frac{ft^3}{s}}$$

Ejercicio 9-24

Un orificio de 100 mm de diámetro descarga 44,6 L//s de agua bajo una carga de 2,75 m. Una placa plana colocada normal al chorro justamente después de la vena contracta requiere de una fuerza de 320 N para resistir el impacto del chorro. Encuéntrese C_d, C_v y C_c.

Resolución

A partir del caudal obtenemos el coeficiente de descarga

$$C_d = \frac{Q_a}{A_0\sqrt{2gH}} = \frac{44{,}60\frac{dm^3}{s}\times\frac{1{,}00m^3}{1000{,}00dm^3}}{\frac{\pi}{4}(0{,}10m)^2\sqrt{2\times 9{,}806\frac{m}{s^2}\times 2{,}75m}} = 0{,}773$$

$$\boxed{C_d = 0{,}773}$$

Planteamos la ecuación de cantidad de movimiento en la dirección x, entonces

$$\left(\sum F_{ext}\right)_x = \int_{sc} v\times\rho\times\vec{v}\bullet\overrightarrow{dA}$$

Las fuerzas externas en x son

$$\left(\sum F_{ext}\right)_x = F_{anclaje_x}$$

La integral sobre la superficie de control en x es

$$\int_{sc} v \times \rho \times \vec{v} \bullet \overrightarrow{dA} = \frac{Q\gamma}{g} v_a$$

Igualando

$$F_{anclaje\,x} = \frac{Q\gamma}{g} v_a$$

despejando

$$v_a = \frac{g \times F_{anclaje\,x}}{Q\gamma}$$

El coeficiente de velocidad será

$$C_v = \frac{v_1}{v_0} = \frac{\dfrac{g \times F_{anclaje\,x}}{Q\gamma}}{\sqrt{2gH}} = \frac{\dfrac{9{,}806 \dfrac{m}{s^2} \times 300{,}00 N}{0{,}045 \dfrac{m^3}{s} \times 9806{,}00 \dfrac{N}{m^3}}}{\sqrt{2 \times 9{,}806 \dfrac{m}{s^2} \times 2{,}75 m}} = 0{,}907$$

$$\boxed{C_v = 0{,}907}$$

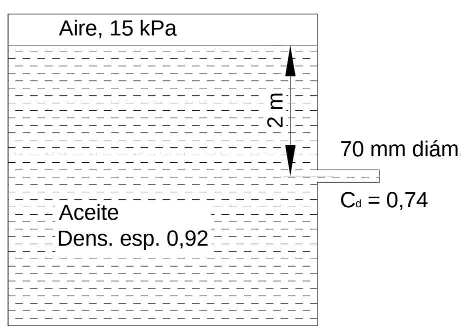
El coeficiente de contracción será

$$C_c = \frac{C_d}{C_v} = \frac{0{,}773}{0{,}907} = 0{,}791$$

$$\boxed{C_c = 0{,}791}$$

Ejercicio 9-26

Para $C_v = 0{,}96$ en la figura calcúlense las pérdidas en mN/N y en mN/s.



Resolución

Las pérdidas por unidad de peso serán

$$h_{Pérdidas} = H\left(1 - C_v^2\right)$$

donde H

$$H = z_1 + \frac{P_1 - P_2}{\gamma} = z_1 + \frac{P_a - P_{atm}}{S\gamma_{agua}}$$

reemplazando

$$H = 2{,}00m + \frac{15000{,}00Pa}{0{,}92 \times 9806{,}00 \frac{N}{m^3}} = 3{,}66m$$

reemplazando

$$h_{Pérdidas} = 1{,}66m \times \left(1 - (0{,}96)^2\right) = 0{,}287m\frac{N}{N}$$

$$\boxed{h_{Pérdidas} = 0{,}287m\frac{N}{N}}$$

La pérdida de potencia será

$$h_{potencia} = Q\gamma h_{pérdidas}$$

El caudal será

$$Q_a = C_d A_0 \sqrt{2gH} = 0{,}74\frac{\pi}{4}(0{,}07m)^2\sqrt{2 \times 9{,}806\frac{m}{s^2} \times 3{,}66m} = 0{,}024\frac{m^3}{s}$$

reemplazando

$$h_{potencia} = 0{,}024\frac{m^3}{s}0{,}92 \times 9806{,}00\frac{N}{m^3}0{,}287m = 62{,}53\frac{mN}{s}$$

$$\boxed{h_{potencia} = 62{,}53\frac{mN}{s}}$$

Ejercicio 9-41

¿Cuál es la diferencia de presión entre la sección corriente arriba y la garganta de un medidor de Venturi horizontal de 150 por 75 mm que transporta 50 L/s de agua a 48 ºC?

Resolución

La descarga para un tubo Ventura será

$$Q_a = C_v A_0 \sqrt{\frac{2g\left[h + \left(\frac{P_1 - P_2}{\gamma}\right)\right]}{1 - \left(\frac{D_2}{D_1}\right)^4}}$$

Despejando

$$h + \left(\frac{P_1 - P_2}{\gamma}\right) = \frac{Q_a^2}{2gC_v^2 A_0^2}\left[1 - \left(\frac{D_2}{D_1}\right)^4\right]$$

El C_v lo obtenemos de la figura 9.13 de la página 372 de (Mecánica de los fluidos, Streeter), a partir del número de Reynolds, es decir

$$R_e = \frac{4Q}{\pi D \nu}$$

La viscosidad cinemática ν la obtenemos de la figura C.2 de la página 570 de (Mecánica de los fluidos, Streeter), a partir de la temperatura, reemplazando

$$R_e = \frac{4 \times 50{,}00 \frac{dm^3}{s} \frac{1{,}00 m^3}{1000{,}00 dm^3}}{\pi \times 0{,}075 m \times 5{,}75 \times 10^{-7} \frac{m^2}{s}} = 1{,}48 \times 10^6$$

entonces, C_v será

$$C_v = 0{,}985$$

reemplazando

$$h + \left(\frac{P_1 - P_2}{\gamma}\right) = \frac{\left(0{,}05 \frac{m^3}{s}\right)^2}{2 \times 9{,}806 \frac{m}{s^2} \times (0{,}985)^2 \left((0{,}075 m)^2 \frac{\pi}{4}\right)^2} \left[1 - \left(\frac{0{,}075 m}{0{,}15 m}\right)^4\right]$$

$$\boxed{h + \left(\frac{P_1 - P_2}{\gamma}\right) = 0{,}42 m}$$

Ejercicio 9-54

Determínese la carga de un vertedor con muesca en V (60º) para una descarga de 170 L/s.

Resolución

El caudal será

$$Q = \frac{8}{15} \sqrt{2g} \times tg \frac{\theta}{2} H^{\frac{5}{2}}$$

despejando

$$H = \left(\frac{Q}{\sqrt{2g}} \times \frac{15}{8} \times \frac{1}{tg \frac{\theta}{2}}\right)^{\frac{2}{5}}$$

reemplazando

$$H = \left(\frac{0{,}15 \frac{m^3}{s}}{\sqrt{2 \times 9{,}806 \frac{m^2}{s}}} \times \frac{15}{8} \times \frac{1}{tg \frac{60º}{2}}\right)^{\frac{2}{5}}$$

$$\boxed{H = 0{,}414 m}$$

Capítulo 10: Turbomaquinaria

Ejercicio 10-4

Dibújese la curva característica adimensional del ejemplo 10.1. Sobre esta misma curva dibújense varios puntos tomados de las características de la nueva bomba (de 52 pulg). ¿Porqué los puntos no caen exactamente en la misma curva?

Resolución

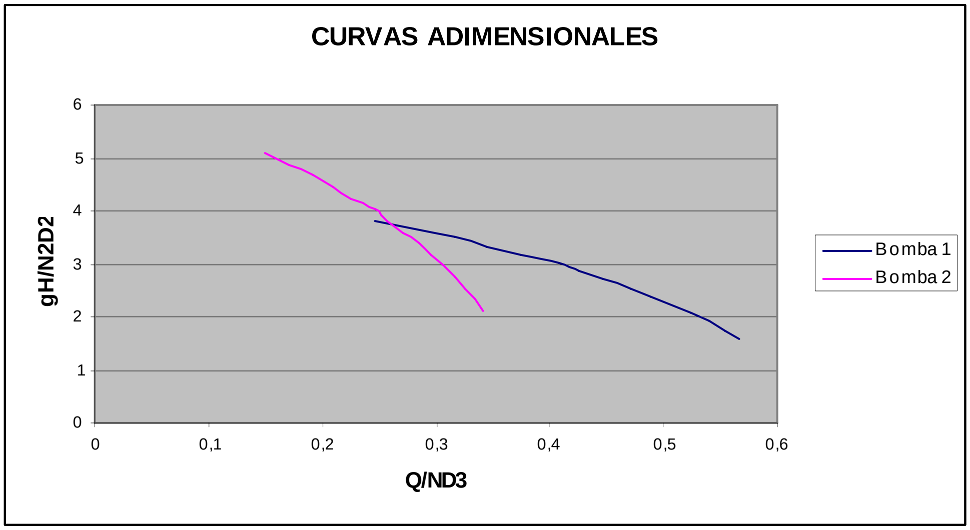
Para la bomba 1 tenemos

H_1	Q_1	Q_1/N_1D^3	$gH_1/N^2_1D^2_1$
60,00	200,00	0,25	3,81
57,50	228,00	0,28	3,65
55,00	256,00	0,32	3,50
52,50	280,00	0,35	3,34
50,00	303,00	0,37	3,18
47,50	330,00	0,41	3,02
45,00	345,00	0,43	2,86
42,50	362,00	0,45	2,70
40,00	382,00	0,47	2,54
37,50	396,00	0,49	2,38
35,00	411,00	0,51	2,22
32,50	425,00	0,52	2,07
30,00	438,00	0,54	1,91
27,50	449,00	0,55	1,75
25,00	459,00	0,57	1,59

Para la bomba 2 tenemos

H2	Q2	Q2/N2D3	gH2/N2D2
80,00	121,00	0,15	5,08
76,70	138,00	0,17	4,87
73,40	155,00	0,19	4,66
70,00	169,00	0,21	4,45
66,70	183,00	0,23	4,24
63,50	200,00	0,25	4,04
60,00	208,00	0,26	3,81
56,70	219,00	0,27	3,60
53,50	231,00	0,29	3,40
50,00	239,00	0,30	3,18
46,70	248,00	0,31	2,97
43,40	257,00	0,32	2,76
40,00	264,00	0,33	2,54
36,70	271,00	0,33	2,33
33,40	277,00	0,34	2,12

Las curvas adimensionales serán



Ejercicio 10-8

Un desarrollo hidroeléctrico tiene una carga de 100 m y un gasto promedio de 10 m^3/s. ¿Qué velocidad específica necesita una turbina que trabaje con eficiencia de 92 % si el generador gira a 200 rpm?

Resolución

$$N_s = \frac{N\sqrt{P}}{H^{\frac{5}{4}}}$$

$$N_s = \frac{N\sqrt{\gamma Q H \varepsilon}}{H^{\frac{5}{4}}}$$

reemplazando

$$N_s = \frac{200{,}00 rpm \sqrt{100{,}00 m \times 9806{,}00 \frac{N}{m^3} \times 10{,}00 \frac{m^3}{s} \times 0{,}92}}{(100{,}00 m)^{\frac{3}{4}}} = 1899{,}63$$

$$\boxed{N_s = 1899{,}63}$$

Ejercicio 10-9

Un modelo de turbina, N_s = 36, con un rodillo de 14 in de diámetro, desarrolla 27 hp de potencia para una carga de 44 pie y opera con una eficiencia del 86 %. ¿Cuánto valen el gasto y la velocidad de este modelo?

Resolución

El caudal será

$$Q = \frac{P}{\gamma H \varepsilon}$$

reemplazando

$$Q = \frac{27{,}00HP \times \frac{746{,}00\frac{Nm}{s} \times \frac{1{,}00lb}{4{,}448N} \times \frac{1{,}00\,ft}{0{,}3048m}}{1{,}00HP}}{62{,}43\frac{lb}{ft^3} \times 44{,}00\,ft \times 0{,}86} = 6{,}30\frac{ft^3}{s}$$

$$\boxed{Q = 6{,}30\frac{ft^3}{s}}$$

La velocidad será

$$N = \frac{N_s H^{\frac{5}{4}}}{\sqrt{P}}$$

reemplazando

$$N = \frac{36 \times (44{,}00\,ft)^{\frac{5}{4}}}{\sqrt{27{,}00HP \times \frac{746{,}00\frac{Nm}{s} \times \frac{1{,}00lb}{4{,}448N} \times \frac{1{,}00\,ft}{0{,}3048m}}{1{,}00HP}}} = 33rpm$$

$$\boxed{N = 33rpm}$$

Ejercicio 10-23

Una bomba centrífuga que maneja agua tiene un impulsor cuyas dimensiones son: r_1 = 7.5 cm, r_2 = 16 cm, b_1 = 5 cm, b_2 = 3 cm, $\beta_1 = \beta_2$ = 30º. Para una descarga de 55 L/s y entrada sin choque a los álabes, calcúlese (a) la velocidad, (b) la carga, (c) el momento de torsión, (d) la potencia y (e) la elevación de presión en el impulsor. Despréciense las pérdidas. α_1 = 90º.

Resolución

a)

$$Q = 2\pi r_1 b_1 V_{r1}$$

despejando la velocidad

$$V_{r1} = \frac{Q}{2\pi r_1 b_1}$$

$$V_{r1} = \frac{0{,}05\frac{m^3}{s}}{2\pi \times 0{,}075m \times 0{,}05m} = 2{,}12\frac{m}{s}$$

como α_1 = 90º entonces

$$V_{r1} = V_1$$

La velocidad periférica 1 será

$$u_1 = \frac{V_1}{tg\beta_1}$$

reemplazando

$$u_1 = \frac{2{,}12\frac{m}{s}}{tg30^o} = 3{,}68\frac{m}{s}$$

La velocidad angular será

$$u_1 = \omega\frac{2\pi r_1}{60}$$

despejando

$$\omega = u_1\frac{60}{2\pi r_1}$$

reemplazando

$$\omega = 3{,}68\frac{m}{s}\times\frac{60}{2\pi\times 0{,}075m} = 468{,}00rpm$$

$$\boxed{\omega = 468{,}00rpm}$$

La velocidad periférica 2 será

$$u_2 = \omega\frac{2\pi r_2}{60}$$

reemplazando

$$u_2 = 468{,}00rpm\times\frac{2\pi\times 0{,}16m}{60} = 7{,}84\frac{m}{s}$$

V_{r2} será

$$V_{r2} = \frac{Q}{2\pi r_2 b_2}$$

reemplazando

$$V_{r2} = \frac{0{,}05\frac{m^3}{s}}{2\pi\times 0{,}16m\times 0{,}03m} = 1{,}66\frac{m}{s}$$

V_{u2} será

$$V_{u2} = u_2 - v_{u2}$$

$$V_{u2} = u_2 - \frac{v_{r2}}{tg\beta_2}$$

reemplazando

$$V_{u2} = 7{,}84\frac{m}{s} - \frac{1{,}66\frac{m}{s}}{tg30^o} = 4{,}97\frac{m}{s}$$

La velocidad V_2 será

$$V_2 = \sqrt{V_{r2} + V_{u2}}$$

reemplazando

$$V_2 = \sqrt{1{,}66\,\frac{m}{s} + 4{,}97\,\frac{m}{s}} = 5{,}24\,\frac{m}{s}$$

El ángulo α_2 será

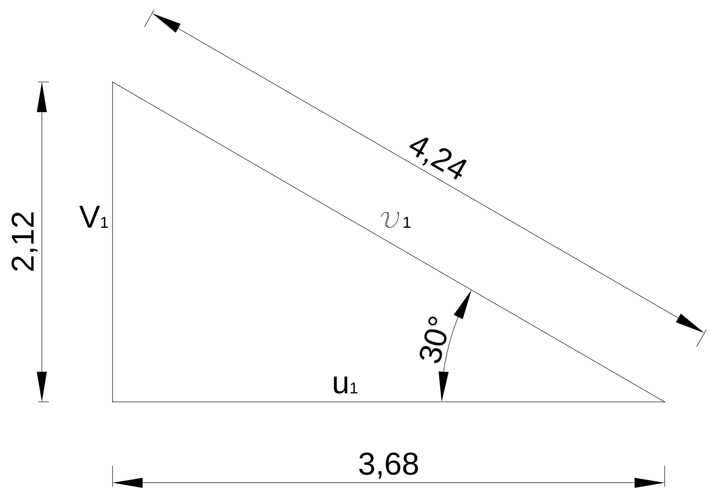
$$\alpha_2 = arctg\left(\frac{V_{r2}}{V_{u2}}\right)$$

reemplazando

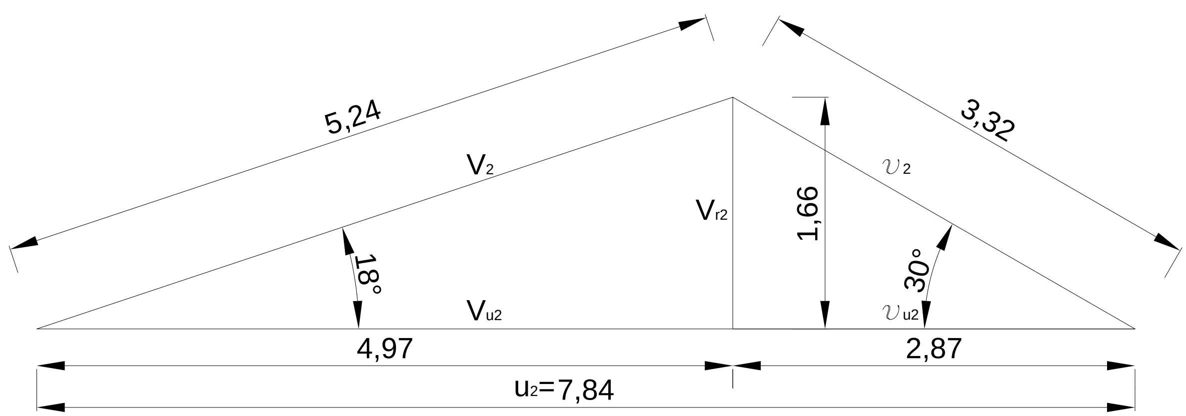
$$\alpha_2 = arctg\left(\frac{1{,}66\,\frac{m}{s}}{4{,}97\,\frac{m}{s}}\right)$$

$$\alpha_2 = 18º26'55''$$

El diagrama de velocidad a la entrada será



El diagrama de velocidad a la salida será



b)
La carga será

$$H = \frac{u_2 V_2 \cos\alpha_2}{g}$$

reemplazando

$$H = \frac{7{,}84\frac{m}{s} \times 5{,}24\frac{m}{s}\cos 18^{o}}{9{,}806\frac{m}{s^2}}$$

$$\boxed{H = 3{,}97m}$$

c)
El momento de torsión será

$$T = \rho Q\left(r_2 V_{u2} - r_1 V_{u1}\right)$$

reemplazando

$$T = 1000{,}00\frac{kg}{m^3} \times 0{,}05\frac{m^3}{s}\left(0{,}16m \times 4{,}97\frac{m}{s} - 0{,}075m \times 0{,}00\frac{m}{s}\right)$$

$$\boxed{T = 39{,}76Nm}$$

d)
La potencia será

$$P = T\omega = Q\gamma H$$

reemplazando

$$P = 0{,}05\frac{m^3}{s} \times 9806{,}00\frac{N}{m^3} \times 3{,}97m$$

$$\boxed{P = 1946{,}50Watt}$$

e)
La elevación de presión en el impulsor será, aplicando la ecuación de Bernoulli y despreciando el cambio de nivel

$$H + \frac{P_1}{\gamma} + \frac{v_1^{\,2}}{2g} = \frac{P_2}{\gamma} + \frac{v_2^2}{2g}$$

despejando

$$P_2 - P_1 = \gamma\left(H + \frac{v_1^{\,2}}{2g} - \frac{v_2^2}{2g}\right)$$

reemplazando

$$P_2 - P_1 = 9806{,}00\frac{N}{m^3}\left(3{,}97m + \frac{\left(2{,}12\frac{m}{s}\right)^2}{2 \times 9{,}806\frac{m}{s^2}} - \frac{\left(5{,}24\frac{m}{s}\right)^2}{2 \times 9{,}806\frac{m}{s^2}}\right)$$

$$\boxed{P_2 - P_1 = 27{,}45 kPa}$$

Ejercicio 10-24

Se desea emplear una bomba para elevar 5 ft^3/s de contra una carga de 64 ft. El impulsor tiene las siguientes dimensiones son: r_1 = 2in, r_2 = 5 in, b_1 = 3 in, b_2 = 1.5 in, β_2 = 60º. Determínese: (a) β_1, (b) la velocidad, (c) la potencia y (d) el incremento de presión en el impulsor. Despréciense las pérdidas y supóngase que el fluido entra a los álabes sin chocar, α_1 = 90º.

Resolución

a)
A partir de la expresión de la carga

$$H = \frac{u_2 V_{u2}}{g}$$

despejando

$$u_2 V_{u2} = gH$$

pero

$$u_2 - V_{u2} = v_{u2} = \frac{V_{r2}}{\tan \beta_2}$$

entonces

$$V_{u2} = u_2 - \frac{V_{r2}}{\tan \beta_2}$$

reemplazando

$$u_2 \left(u_2 - \frac{V_{r2}}{\tan \beta_2} \right) = gH$$

$$u_2^2 - u_2 \frac{V_{r2}}{\tan \beta_2} - gH = 0$$

tenemos una ecuación de segundo grado donde

$$A = 1$$

$$B = -\frac{V_{r2}}{\tan \beta_2} = -\frac{1}{\tan \beta_2} \frac{Q}{2\pi r_2 b_2}$$

$$C = -gH$$

reemplazando

$$A = 1{,}00$$

$$B = -\frac{1}{tg 60º} \frac{5{,}00 \frac{ft^3}{s}}{2\pi \times \frac{5{,}00}{12{,}00} ft \times \frac{1{,}50}{12{,}00} ft} = -8{,}82 \frac{ft}{s}$$

$$C = -32{,}174 \frac{ft}{s^2} \times 64{,}00 ft = -2059{,}14 \frac{ft^2}{s^2}$$

entonces

$$u_2 = 50{,}00\,\frac{ft}{s}$$

De la expresión de velocidad angular tenemos

$$u_1\,\frac{60}{2\pi r_1} = \omega$$

y

$$u_2\,\frac{60}{2\pi r_2} = \omega$$

igualando

$$u_1\,\frac{60}{2\pi r_1} = u_2\,\frac{60}{2\pi r_2}$$

$$\frac{u_1}{r_1} = \frac{u_2}{r_2}$$

despejando

$$u_1 = u_2\,\frac{r_1}{r_2}$$

reemplazando

$$u_1 = 50{,}00\,\frac{ft}{s}\,\frac{2{,}00in}{5{,}00in} = 20{,}00\,\frac{ft}{s}$$

Por otro lado, como α_1 = 90º entonces

$$V_{r1} = V_1$$

Además

$$Q = 2\pi r_1 b_1 V_{r1}$$

despejando la velocidad

$$V_{r1} = V_1 = \frac{Q}{2\pi r_1 b_1}$$

$$V_1 = \frac{5{,}00\,\frac{ft^3}{s}}{2\pi \times \frac{2{,}00}{12{,}00}\,ft \times \frac{3{,}00}{12{,}00}\,f} = 19{,}10\,\frac{ft}{s}$$

El ángulo β_1 será

$$\beta_1 = arctg\left(\frac{V_1}{u_1}\right)$$

reemplazando

$$\beta_1 = arctg\left(\frac{19{,}10\,\frac{ft}{s}}{20{,}00\,\frac{ft}{s}}\right)$$

$$\boxed{\beta_1 = 143º40'41''}$$

b)
La velocidad angular será

$$\omega = u_1 \frac{60}{2\pi r_1}$$

reemplazando

$$\omega = 20{,}00 \frac{ft}{s} \times \frac{60}{2\pi \times \frac{2{,}00}{12{,}00}\ ft} = 1146{,}00 rpm$$

$$\boxed{\omega = 1146{,}00 rpm}$$

c)
La potencia será

$$P = T\omega = Q\gamma H$$

reemplazando

$$P = 5{,}00 \frac{ft^3}{s} \times 62{,}43 \frac{lb}{ft^3} \times 64{,}00\ ft$$

$$\boxed{P = 19977{,}60 \frac{lb \times ft}{s} = 36{,}31 HP}$$

e)
La elevación de presión en el impulsor será, aplicando la ecuación de Bernoulli y despreciando el cambio de nivel

$$H + \frac{P_1}{\gamma} + \frac{v_1^2}{2g} = \frac{P_2}{\gamma} + \frac{v_2^2}{2g}$$

despejando

$$P_2 - P_1 = \gamma \left(H + \frac{v_1^2}{2g} - \frac{v_2^2}{2g} \right)$$

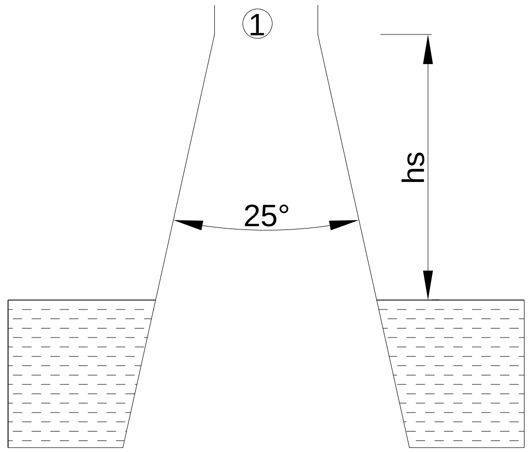
reemplazando

$$P_2 - P_1 = 62{,}43 \frac{lb}{ft^3} \left(64{,}00\ ft + \frac{\left(19{,}10 \frac{ft}{s}\right)^2}{2 \times 32{,}174 \frac{ft}{s^2}} - \frac{\left(43{,}92 \frac{ft}{s}\right)^2}{2 \times 32{,}174 \frac{ft}{s^2}} \right)$$

$$\boxed{P_2 - P_1 = 17{,}20\, psi}$$

Ejercicio 10-35

El tubo de descarga de una turbina se expande desde 6 hasta 18 pie. En la sección 1, la velocidad es de 30 pie/s para una presión de vapor de 1 pie y una presión barométrica de 32 pie de agua. Determínese h_s, correspondiente a la cavitación incipiente (presión en la sección 1 igual a la presión de vapor).

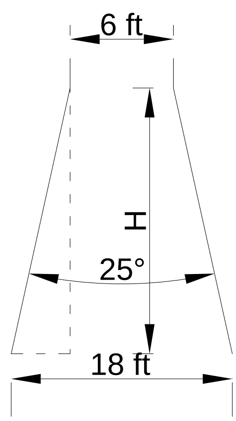


Resolución

El índice de cavitación será

$$\sigma' = \frac{V_e^2}{2gH}$$

la altura H será



$$H = \frac{D - d}{2} \times \frac{1}{tg\,\frac{25º}{2}}$$

reemplazando

$$H = \frac{18{,}00\,ft - 6{,}00\,ft}{2} \times \frac{1}{tg\,\frac{25º}{2}} = 27{,}06\,ft$$

reemplazando

$$\sigma' = \frac{\left(30{,}00\,\frac{ft}{s}\right)^2}{2 \times 32{,}174\,\frac{ft}{s^2} \times 27{,}06\,ft} = 0{,}52$$

h_s será

$$h_s = \frac{P_a - P_v}{\gamma} + \sigma' H$$

reemplazando

$$h_s = \frac{32{,}00\,ft\,\dfrac{101325\dfrac{N}{m^2}\times\dfrac{0{,}09m^2}{1{,}00\,ft^2}\times\dfrac{1{,}00lb}{4{,}448N}}{33{,}89\,ft} - 1{,}00\,ft\times\dfrac{101325\dfrac{N}{m^2}\times\dfrac{0{,}09m^2}{1{,}00\,ft^2}\times\dfrac{1{,}00lb}{4{,}448N}}{33{,}89\,ft}}{62{,}43\dfrac{lb}{ft^3}} + 0{,}52\times 27{,}06\,ft$$

$$\boxed{h_s = 45{,}00\,ft}$$

Ejercicio 10-36

¿Cuánto vale el parámetro de cavitación para un punto en una corriente de agua donde t = 20 ºC, p = 14 kPa y la velocidad es de 12 m/s?

Resolución
El parámetro será

$$\sigma = \frac{P - P_v}{\rho\dfrac{V^2}{2}}$$

obteniendo los datos de densidad y presión de vapor de la tabla C.1 de la página 567 de (Mecánica de los fluidos, Streeter) y reemplazando obtenemos

$$\sigma = \frac{14000{,}00Pa - 2447{,}25Pa}{998{,}20\dfrac{kg}{m^3}\dfrac{\left(12{,}00\dfrac{m}{s}\right)^2}{2}} = 0{,}16$$

$$\boxed{\sigma = 0{,}16}$$

Ejercicio 10-37

Se desea instalar una turbina con σ_c = 0,08 en un lugar donde H = 60 m y la lectura de un barómetro de agua es de 8.3 m. ¿Cuál es el máximo desnivel del rodillo respecto a la superficie libre de descarga?

Resolución
EL máximo desnivel será

$$h_s = \frac{P_a - P_v}{\gamma} + \sigma' H$$

obteniendo los datos de presión de vapor de la tabla C.1 de la página 567 de (Mecánica de los fluidos, Streeter) y reemplazando

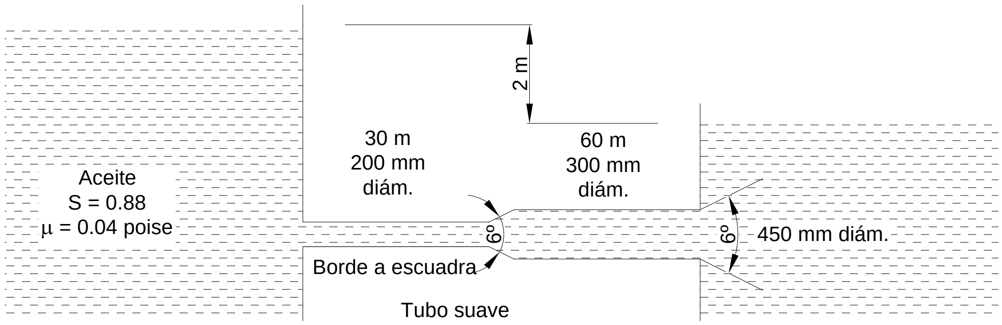
$$h_s = \frac{8{,}30m \dfrac{101325 \dfrac{N}{m^2}}{10{,}33m} - 2451{,}50 \dfrac{N}{m^2}}{9806{,}00 \dfrac{N}{m^3}} + 0{,}08 \times 60{,}00m$$

$$\boxed{h_s = 12{,}85m}$$

Capítulo 11: Flujo a régimen permanente en conductos cerrados

Ejercicio 11-4

¿Qué carga se necesita en la figura para generar una descarga de 0,3 m^3/s?



Resolución

A partir de la descarga obtenemos las velocidades

$$v_1 = \frac{Q}{A_1}$$

$$v_2 = \frac{Q}{A_2}$$

$$v_3 = \frac{Q}{A_1}$$

$$v_1 = \frac{0{,}30\,\frac{m^3}{s}}{\frac{\pi}{4}(0{,}20m)^2} = 9{,}55\,\frac{m}{s}$$

$$v_2 = \frac{0{,}30\,\frac{m^3}{s}}{\frac{\pi}{4}(0{,}30m)^2} = 4{,}24\,\frac{m}{s}$$

$$v_3 = \frac{0{,}30\,\frac{m^3}{s}}{\frac{\pi}{4}(0{,}45m)^2} = 1{,}89\,\frac{m}{s}$$

A partir de las velocidades obtenemos el número de Reynolds

$$\mathrm{Re}_1 = v_1 D_1 \frac{S\rho_{agua}}{\mu} = 9{,}55\,\frac{m}{s}\,0{,}20m\,\frac{0{,}88\times 1000{,}00\,\frac{kg}{m^3}}{0{,}04\,poise\times\frac{1{,}00\,\frac{kg}{m\times s}}{10{,}00\,poise}}$$

$$\mathrm{Re}_1 = v_1 D_1 \frac{S\rho_{agua}}{\mu} = 9{,}55\frac{m}{s}0{,}20m \times 220000{,}00\frac{s}{m^2} = 420200{,}00$$

$$\mathrm{Re}_2 = v_2 D_2 \frac{S\rho_{agua}}{\mu} = 4{,}24\frac{m}{s}0{,}30m \times 220000{,}00\frac{s}{m^2} = 279840{,}00$$

A partir del ábaco de Moody obtenemos

$$f_1 = 0{,}0135$$

$$f_2 = 0{,}0145$$

La carga será

$$H = K_e\frac{V_1^2}{2g} + f_1\frac{L_1}{D_1}\frac{V_1^2}{2g} + K_i\frac{(V_1 - V_2)^2}{2g} + f_2\frac{L_2}{D_2}\frac{V_2^2}{2g} + K_s\frac{(V_2 - V_3)^2}{2g} + \frac{V_3^2}{2g}$$

donde

$$K_e = 0{,}50$$

$$K_i = 0{,}125$$

$$K_s = 0{,}125$$

reemplazando

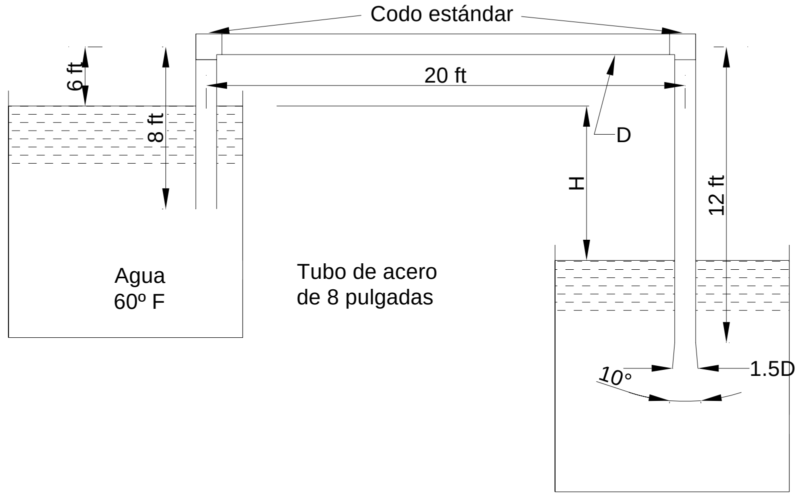
$$H = 0{,}50\frac{\left(9{,}55\frac{m}{s}\right)^2}{2\times 9{,}806\frac{m}{s^2}} + 0{,}0135\frac{30{,}00m}{0{,}20m}\frac{\left(9{,}55\frac{m}{s}\right)^2}{2\times 9{,}806\frac{m}{s^2}} + 0{,}125\frac{\left(9{,}55\frac{m}{s} - 4{,}24\frac{m}{s}\right)^2}{2\times 9{,}806\frac{m}{s^2}}$$

$$+ 0{,}0145\frac{60{,}00m}{0{,}30m}\frac{\left(4{,}24\frac{m}{s}\right)^2}{2\times 9{,}806\frac{m}{s^2}} + 0{,}125\frac{\left(4{,}24\frac{m}{s} - 1{,}89\frac{m}{s}\right)^2}{2\times 9{,}806\frac{m}{s^2}} + \frac{\left(1{,}89\frac{m}{s}\right)^2}{2\times 9{,}806\frac{m}{s^2}}$$

$$\boxed{H = 14{,}80m}$$

Ejercicio 11-6

Calcúlese la descarga en el sifón de la figura para H = 8 pies. ¿Cuál es la presión mínima del sistema?



Resolución

La carga será

$$H = \left(K_e + 2K_c + f_1 \frac{L_1}{D_1}\right)\frac{V_1^2}{2g} + K_s \frac{(V_1 - V_2)^2}{2g}$$

Por la ecuación de continuidad

$$v_1 = \frac{A_2}{A_1} v_2$$

$$v_1 = \left(\frac{D_2}{D_1}\right)^2 v_2$$

pero $D_2 = 1{,}50 D_1$, reemplazando

$$v_1 = (1{,}50)^2 v_2$$

$$v_1 = 2{,}25 v_2$$

reemplazando

$$H = \left(K_e + 2K_c + f_1 \frac{L_1}{D_1}\right)\frac{\frac{V_1^2}{2{,}25^2}}{2g} + K_s \frac{\left(V_1 - \frac{V_1}{2{,}25}\right)^2}{2g}$$

$$H = \left(K_e + 2K_c + f_1 \frac{L_1}{D_1}\right)\frac{0{,}1975 \times V_1^2}{2g} + K_s \frac{\left(1 - \frac{1}{2{,}25}\right)^2 V_1^2}{2g}$$

$$H = \left(K_e + 2K_c + f_1 \frac{L_1}{D_1}\right)\frac{0{,}1975 \times V_1^2}{2g} + K_s \frac{0{,}3086 \times V_1^2}{2g}$$

$$H = \left[0{,}1975\left(K_e + 2K_c + f_1 \frac{L_1}{D_1}\right) + 0{,}3086 K_s\right]\frac{V_1^2}{2g}$$

donde

$$K_e = 0{,}50$$
$$K_c = 0{,}90$$

$$K_s = 0{,}15$$

reemplazando

$$H = \left[0{,}1975 \left(0{,}50 + 2 \times 0{,}90 + f_1 \frac{40{,}00\,ft}{\dfrac{8{,}00 in}{12{,}00 \dfrac{in}{ft}}} \right) + 0{,}3086 \times 0{,}15 \right] \frac{V_1^2}{2g}$$

$$H = \left[0{,}1975 \left(0{,}50 + 1{,}80 + 60{,}00\, f_1 \right) + 0{,}3086 \times 0{,}15 \right] \frac{V_1^2}{2g}$$

$$H = \left[0{,}01 + 0{,}35 + 11{,}85\, f_1 + 0{,}05 \right] \frac{V_1^2}{2g}$$

$$H = \left[0{,}50 + 11{,}85\, f_1 \right] \frac{V_1^2}{2 \times 32{,}174 \dfrac{ft}{s^2}} = 8{,}00\, ft$$

$$\left[0{,}50 + 11{,}85\, f_1 \right] \frac{V_1^2}{64{,}35 \dfrac{ft}{s^2}} = 8{,}00\, ft$$

$$\left[0{,}50 + 11{,}85\, f_1 \right] V_1^2 = 514{,}78 \frac{ft^2}{s^2}$$

$$V_1 = \sqrt{\frac{514{,}78 \dfrac{ft^2}{s^2}}{\left[0{,}50 + 11{,}85\, f_1 \right]}}$$

Ahora proponemos un f, con esta ecuación obtenemos v_2, a partir de esta calculamos el número de Reynolds (Re_2), luego ingresamos al ábaco de Moody con este y con

$$\frac{\varepsilon}{D} = \frac{0{,}00015\, ft}{0{,}66\, ft} = 2{,}25 \times 10^{-4}$$

y obtenemos f y calculamos nuevamente v_2, y así sucesivamente hasta converger a un factor de fricción, finalmente a partir de v_2 obtenemos Q.

f	V_1	Re_1
1,0000	6,46	333968,95
0,0168	27,12	1403195,66
0,0150	27,55	1425087,87
0,0148	27,61	1428210,21
0,0147	27,62	1428837,15

$$V_1 = 27{,}62\,\frac{ft}{s}$$

entonces

$$Q = A_1 v_1$$

$$Q = \frac{\pi}{4}\left(\frac{8{,}00}{12{,}00}\,ft\right)^2 27{,}62\,\frac{ft}{s} = 9{,}61\frac{ft^3}{s}$$

$$\boxed{Q = 9{,}61\frac{ft^3}{s}}$$

La presión mínima del sistema resulta de plantear la ecuación de Bernoulli entre el punto más elevado del sistema y un punto en el pelo libre del tanque más elevado, esto es

$$0 = \frac{P_s}{\gamma} + z_s + \left(1 + K_e + f\,\frac{L}{D}\right)\frac{V^2}{2g}$$

despejando

$$P_s = -\gamma z_s - \gamma\left(1 + K_e + f\,\frac{L}{D}\right)\frac{V^2}{2g}$$

reemplazando

$$P_s = -62{,}43\frac{lb}{ft^3}\times 6{,}00\,ft - 62{,}43\frac{lb}{ft^3}\left(1 + 0{,}5 + 0{,}015\,\frac{8{,}00\,ft}{\dfrac{8{,}00}{12{,}00}\,ft}\right)\frac{\left(27{,}55\,\dfrac{ft}{s}\right)^2}{2\times 32{,}174\,\dfrac{ft}{s^2}}$$

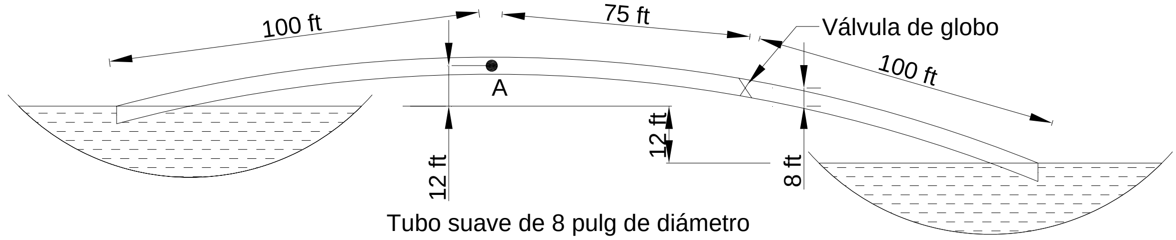
$$P_s = -62{,}43\frac{lb}{ft^3}\times 6{,}00\,ft - 62{,}43\frac{lb}{ft^3}\left(1 + 0{,}5 + 0{,}015\,\frac{8{,}00\,ft}{\dfrac{8{,}00}{12{,}00}\,ft}\right)\frac{\left(27{,}55\,\dfrac{ft}{s}\right)^2}{2\times 32{,}174\,\dfrac{ft}{s^2}}$$

$$P_s = -1611{,}70\,\frac{lb}{ft^2}\times\frac{1{,}00\,ft^2}{144{,}00 in^2} = -11{,}19\,\frac{lb}{in^2}$$

$$\boxed{P_s = -1611{,}70\,\frac{lb}{ft^2}\times\frac{1{,}00\,ft^2}{144{,}00 in^2} = -11{,}19\,\frac{lb}{in^2}}$$

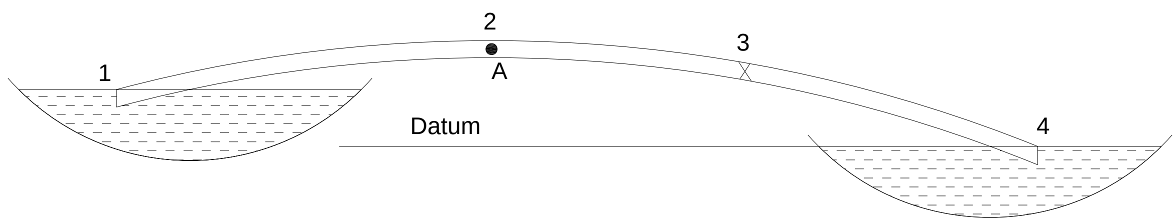
Ejercicio 11-8

Despreciando todas las pérdidas menores no relacionadas con la válvula, dibújese la línea de altura motriz para la figura. La válvula de globo tiene una K = 4.5.



Tubo suave de 8 pulg de diámetro
Agua a 60 ºF

Resolución



En 1 tenemos

$$\frac{P_a}{\gamma} + z_1 = 12{,}00\,ft$$

En 2 tenemos

$$z_1 = \frac{P_2}{\gamma} + z_2 + \left(1 + f\,\frac{L_2}{D}\right)\frac{V^2}{2g}$$

En 3 tenemos

$$z_1 = \frac{P_3}{\gamma} + z_3 + \left(1 + K_v + f\,\frac{L_3}{D}\right)\frac{V^2}{2g}$$

En 4 tenemos

$$z_1 = \left(K_v + f\,\frac{L_4}{D}\right)\frac{V^2}{2g}$$

reemplazando

$$12{,}00\,ft = \left(10{,}00 + f\,\frac{275{,}00\,ft}{\frac{8{,}00}{12{,}00}\,ft}\right)\frac{V^2}{2\times 32{,}174\,\frac{ft}{s^2}}$$

despejando

$$V = \sqrt{\frac{772{,}18\,\frac{ft^2}{s^2}}{\left(10{,}00 + 412{,}50\,f\right)}}$$

iterando

f	V	Re
1,0000	1,35	69938,51
0,0190	6,58	340378,99
0,0140	7,00	361947,06
0,0138	7,02	363135,96
0,0140	7,00	361947,06

donde obtenemos

$$f = 0{,}014$$

$$V = 7{,}00\,\frac{ft}{s}$$

entonces en 2 tenemos

$$\frac{P_2}{\gamma} = -12{,}00\,ft - \left(1 + 0{,}014\,\frac{100{,}00\,ft}{0{,}66\,ft}\right)\frac{\left(7{,}00\,\frac{ft}{s}\right)^2}{2 \times 32{,}174\,\frac{ft}{s^2}} = -14{,}36\,ft$$

la línea de altura motriz será

$$\frac{P_2}{\gamma} + z_2 = -14{,}36\,ft + 24{,}00\,ft = 9{,}64\,ft$$

En 3 tenemos

$$\frac{P_3}{\gamma} = 4{,}00\,ft - \left(1 + 4{,}50 + 0{,}014\,\frac{174{,}00\,ft}{0{,}66\,ft}\right)\frac{\left(7{,}00\,\frac{ft}{s}\right)^2}{2 \times 32{,}174\,\frac{ft}{s^2}} = -2{,}97\,ft$$

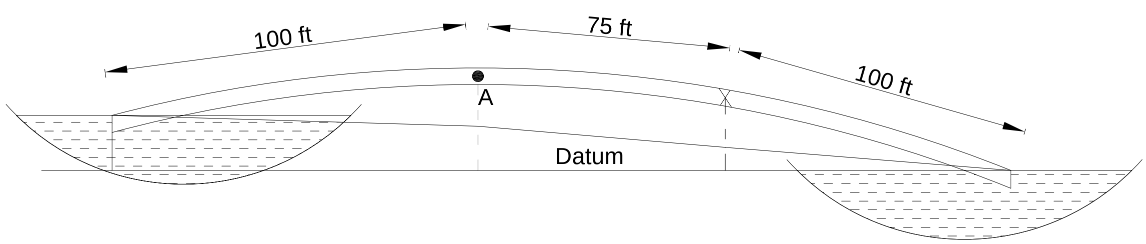
la línea de altura motriz será

$$\frac{P_3}{\gamma} + z_3 = -2{,}97\,ft + 8{,}00\,ft = 5{,}03\,ft$$

En 4 tenemos

$$\frac{P_a}{\gamma} + z_4 = 0{,}00\,ft$$

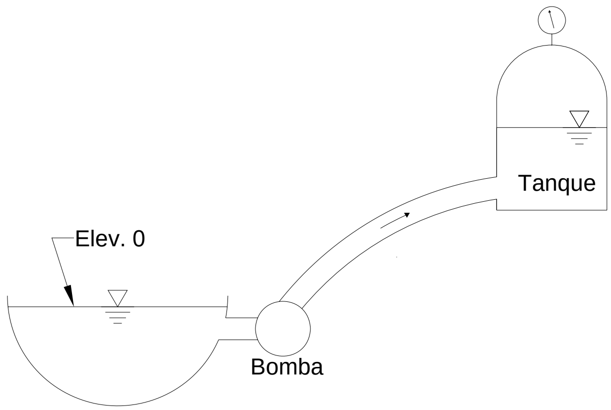
Sí graficamos



Ejercicio 11-30

Se bombea agua desde un gran depósito a un tanque a presión que se encuentra a una elevación mayor. La tubería es de plástico liso, C = 130, tiene una longitud de 2000 ft y un diámetro de 8 in. Despréciese los efectos menores. Si la curva de la bomba es $H = 48 - 2Q^2$, con H en ft y Q en ft^3/s,

encuéntrese el flujo en el sistema si la presión en el tanque es de 12 psi y la elevación del agua en el mismo es de 10 ft. Dibújese la línea de altura motriz



Resolución

La carga que debe entregar la bomba será

$$H = \frac{P_2}{\gamma} + z_2 + 4{,}727 \frac{L}{D^{4{,}8704}} \frac{Q^{1{,}852}}{C^{1{,}852}}$$

reemplazando

$$H = \frac{12{,}00\, psi \times \dfrac{144{,}00 in^2}{1{,}00\, ft^2}}{62{,}43 \dfrac{lb}{ft^3}} + 10{,}00\, ft + 4{,}727 \frac{2000{,}00\, ft}{\left(\dfrac{8{,}00}{12{,}00}\, ft\right)^{4{,}8704}} \frac{Q^{1{,}852}}{130{,}00^{1{,}852}}$$

resolviendo

$$H = 27{,}68\, ft + 10{,}00\, ft + 8{,}28 \times Q^{1{,}852}$$

$$H = 37{,}68\, ft + 8{,}28 \times Q^{1{,}852}$$

La carga que entrega la bomba es

$$H_B = 48{,}00 - 2{,}00 \times Q^2$$

iterando encontramos

Q	H	H_B
1,000	45,960	46,000
0,900	44,492	46,380
1,100	47,558	45,580
1,010	46,114	45,960
0,990	45,807	46,040
1,001	45,975	45,996

El caudal será

$$\boxed{Q = 1{,}001 \frac{ft^3}{s}}$$

Desarrollo teórico

Resistencia equivalente para una conexión en serie

Para una conexión en serie tenemos

$$h_{ft} = h_{f1} + h_{f2} + \ldots + h_{fm}$$

y

$$Q_t = Q_1 = Q_2 = \ldots = Q_m$$

Además

$$h_{ft} = r_{eq} Q_t^n$$

y

$$h_{f1} = r_1 Q_1^n$$
$$h_{f2} = r_2 Q_2^n$$
$$h_{fm} = r_m Q_m^n$$

reemplazando

$$h_{f1} + h_{f2} + \ldots + h_{fm} = r_{eq} Q_t^n$$
$$r_1 Q_1^n + r_2 Q_2^n + \ldots + r_m Q_m^n = r_{eq} Q_t^n$$

como $Q_t = Q_1 = Q_2 = \ldots = Q_m$, tomamos factor común y simplificamos, por lo que obtenemos

$$\boxed{r_{eq} = r_1 + r_2 + \ldots + r_m = \sum_{i=1}^{m} \Sigma r_i}$$

Resistencia equivalente para una conexión en paralelo

Para una conexión en paralelo tenemos

$$h_{ft} = h_{f1} = h_{f2} = \ldots = h_{fm}$$

y

$$Q_t = Q_1 + Q_2 + \ldots + Q_m$$

Además

$$h_{ft} = r_{eq} Q_t^n$$

despejando

$$h_{ft}^{\frac{1}{n}} = r_{eq}^{\frac{1}{n}} Q_t$$

$$Q_t = \frac{h_{ft}^{\frac{1}{n}}}{r_{eq}^{\frac{1}{n}}}$$

y

$$h_{f1} = r_1 Q_1^n$$

despejando

$$h_{f1}^{\frac{1}{n}} = r_1^{\frac{1}{n}} Q_1$$

$$Q_1 = \frac{h_{f1}^{\frac{1}{n}}}{r_1^{\frac{1}{n}}}$$

$$h_{f2} = r_2 Q_2^n$$

despejando

$$h_{f2}^{\frac{1}{n}} = r_2^{\frac{1}{n}} Q_2$$

$$Q_2 = \frac{h_{f2}^{\frac{1}{n}}}{r_2^{\frac{1}{n}}}$$

$$h_{fm} = r_m Q_m^n$$

despejando

$$h_{fm}^{\frac{1}{n}} = r_m^{\frac{1}{n}} Q_m$$

$$Q_m = \frac{h_{fm}^{\frac{1}{n}}}{r_m^{\frac{1}{n}}}$$

reemplazando

$$\frac{h_{ft}^{\frac{1}{n}}}{r_{eq}^{\frac{1}{n}}} = Q_1 + Q_2 + \ldots + Q_m$$

$$\frac{h_{ft}^{\frac{1}{n}}}{r_{eq}^{\frac{1}{n}}} = \frac{h_{f1}^{\frac{1}{n}}}{r_1^{\frac{1}{n}}} + \frac{h_{f2}^{\frac{1}{n}}}{r_2^{\frac{1}{n}}} + \ldots + \frac{h_{fm}^{\frac{1}{n}}}{r_m^{\frac{1}{n}}}$$

como $h_{ft} = h_{f1} = h_{f2} = \ldots = h_{fm}$, tomamos factor común

$$\frac{h_{ft}^{\frac{1}{n}}}{r_{eq}^{\frac{1}{n}}} = h_{ft}^{\frac{1}{n}} \left(\frac{1}{r_1^{\frac{1}{n}}} + \frac{1}{r_2^{\frac{1}{n}}} + \ldots + \frac{1}{r_m^{\frac{1}{n}}} \right)$$

simplificando

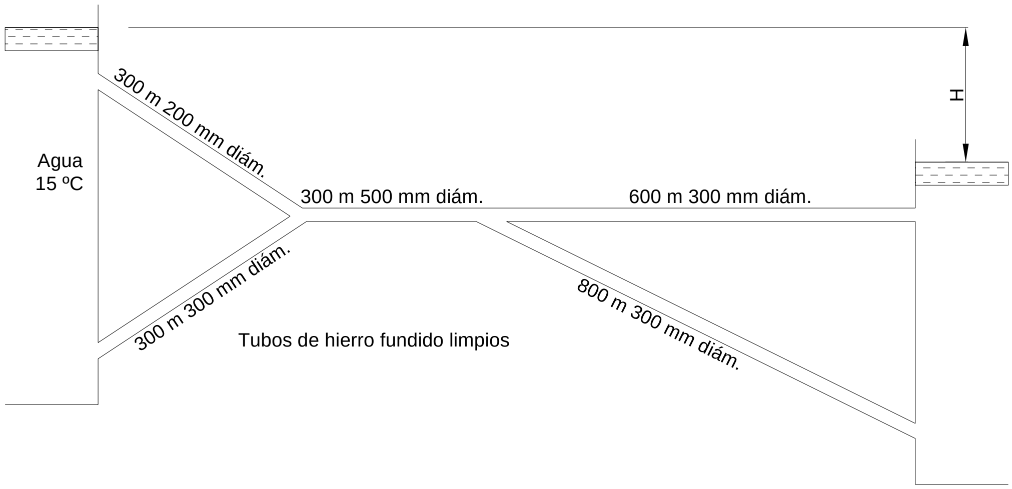
$$\frac{1}{r_{eq}^{\frac{1}{n}}} = \frac{1}{r_1^{\frac{1}{n}}} + \frac{1}{r_2^{\frac{1}{n}}} + \ldots + \frac{1}{r_m^{\frac{1}{n}}}$$

invirtiendo y elevando a la n obtenemos, finalmente

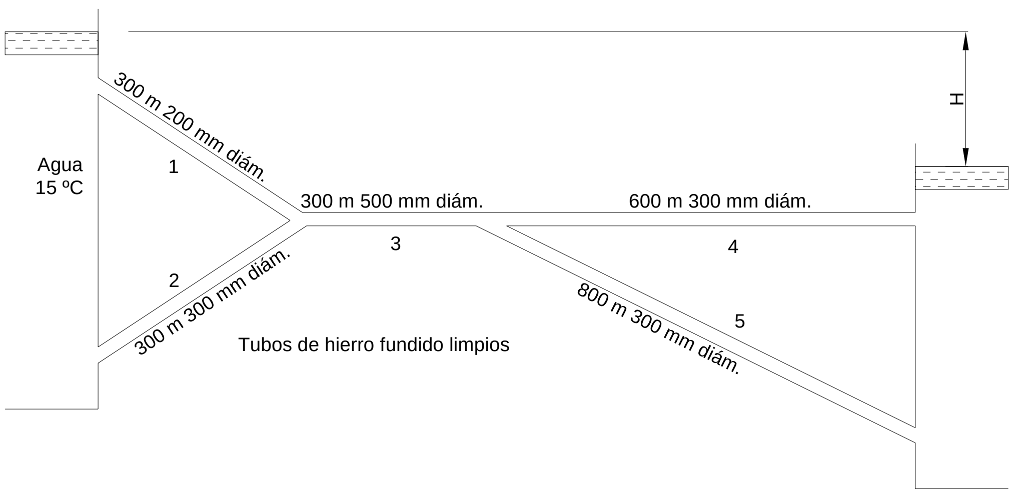
$$\boxed{r_{eq} = \left(\frac{1}{r_1^{\frac{1}{n}}} + \frac{1}{r_2^{\frac{1}{n}}} + \ldots + \frac{1}{r_m^{\frac{1}{n}}} \right)^n}$$

Ejercicio 11-34

Encuéntrese la longitud equivalente de una tubería de hierro forjado limpio de 300 mm de diámetro que pueda reemplazar al sistema de la figura. Si H = 10 m. ¿Cuál es la descarga?



Resolución



A partir de la fórmula de Colebrook

$$f = \frac{1{,}325}{\left[\ln\left(\frac{\varepsilon}{3{,}7D} + \frac{5{,}74}{R_e^{0{,}9}}\right)\right]^2}$$

Si suponemos un número de Reynolds alto, tenemos

$$f = \frac{1{,}325}{\left[\ln\left(\frac{\varepsilon}{3{,}7D}\right)\right]^2}$$

Para 1 tenemos, reemplazando

$$f_1 = \frac{1{,}325}{\left[\ln\left(\frac{\varepsilon}{3{,}7D_1}\right)\right]^2} = \frac{1{,}325}{\left[\ln\left(\frac{0{,}25mm}{3{,}7\times 200mm}\right)\right]^2} = 0{,}021$$

Para 2 tenemos, reemplazando

$$f_2 = \frac{1{,}325}{\left[\ln\left(\frac{\varepsilon}{3{,}7D_2}\right)\right]^2} = \frac{1{,}325}{\left[\ln\left(\frac{0{,}25mm}{3{,}7\times 300mm}\right)\right]^2} = 0{,}019$$

Para 3 tenemos, reemplazando

$$f_3 = \frac{1{,}325}{\left[\ln\left(\frac{\varepsilon}{3{,}7D_3}\right)\right]^2} = \frac{1{,}325}{\left[\ln\left(\frac{0{,}25mm}{3{,}7\times 500mm}\right)\right]^2} = 0{,}017$$

Para 4 tenemos, reemplazando

$$f_4 = \frac{1{,}325}{\left[\ln\left(\frac{\varepsilon}{3{,}7D_4}\right)\right]^2} = \frac{1{,}325}{\left[\ln\left(\frac{0{,}25mm}{3{,}7\times 300mm}\right)\right]^2} = 0{,}019$$

Para 3 tenemos, reemplazando

$$f_5 = \frac{1{,}325}{\left[\ln\left(\frac{\varepsilon}{3{,}7D_5}\right)\right]^2} = \frac{1{,}325}{\left[\ln\left(\frac{0{,}25mm}{3{,}7\times 300mm}\right)\right]^2} = 0{,}019$$

La resistencia será, para 1

$$r_1 = f_1 \frac{8L_1}{\pi^2 g D_1^5} = 0{,}021 \frac{8\times 300{,}00m}{\pi^2 \times 9{,}806\frac{m}{s^2}\times (0{,}20m)^5} = 1627{,}38\frac{s^2}{m^6}m$$

La resistencia será, para 2

$$r_2 = f_2 \frac{8L_2}{\pi^2 g D_2^5} = 0{,}019 \frac{8\times 300{,}00m}{\pi^2 \times 9{,}806\frac{m}{s^2}\times (0{,}30m)^5} = 193{,}89\frac{s^2}{m^6}m$$

La resistencia será, para 3

$$r_3 = f_3 \frac{8L_3}{\pi^2 g D_3^5} = 0{,}017 \frac{8\times 300{,}00m}{\pi^2 \times 9{,}806\frac{m}{s^2}\times (0{,}50m)^5} = 13{,}49\frac{s^2}{m^6}m$$

La resistencia será, para 4

$$r_4 = f_4 \frac{8L_4}{\pi^2 g D_4^5} = 0{,}019 \frac{8\times 600{,}00m}{\pi^2 \times 9{,}806\frac{m}{s^2}\times (0{,}30m)^5} = 387{,}79\frac{s^2}{m^6}m$$

La resistencia será, para 5

$$r_5 = f_5 \frac{8L_5}{\pi^2 g D_5^5} = 0{,}019 \frac{8 \times 800{,}00m}{\pi^2 \times 9{,}806 \frac{m}{s^2} \times (0{,}30m)^5} = 517{,}05 \frac{s^2}{m^6} m$$

La resistencia equivalente 1-2, por la fórmula de Darcy-Weisbach n = 2, entonces

$$r_{1-2} = \left(\frac{1}{\sqrt{\frac{1}{r_1}} + \sqrt{\frac{1}{r_2}}} \right)^2 = \left(\frac{1}{\sqrt{\frac{1}{1627{,}38 \frac{s^2}{m^6} m}} + \sqrt{\frac{1}{193{,}89 \frac{s^2}{m^6} m}}} \right)^2 = 107{,}15 \frac{s^2}{m^6} m$$

La resistencia equivalente 4-5 será

$$r_{4-5} == \left(\frac{1}{\sqrt{\frac{1}{r_4}} + \sqrt{\frac{1}{r_5}}} \right)^2 = \left(\frac{1}{\sqrt{\frac{1}{387{,}79 \frac{s^2}{m^6} m}} + \sqrt{\frac{1}{517{,}05 \frac{s^2}{m^6} m}}} \right)^2 = 111{,}37 \frac{s^2}{m^6} m$$

La resistencia equivalente final, será

$$r_{eq} = r_{1-2} + r_3 + r_{4-5}$$

$$r_{eq} = 107{,}15 \frac{s^2}{m^6} m + 13{,}49 \frac{s^2}{m^6} m + 111{,}37 \frac{s^2}{m^6} m = 232{,}01 \frac{s^2}{m^6} m$$

Además

$$r_{eq} = r_t = f_t \frac{8L_t}{\pi^2 g D_t^5}$$

El factor de fricción lo obtenemos suponiendo un número de Reynolds alto, esto es

$$f_t = \frac{1{,}325}{\left[\ln\left(\frac{\varepsilon}{3{,}7D_t} \right) \right]^2} = \frac{1{,}325}{\left[\ln\left(\frac{0{,}25mm}{3{,}7 \times 300mm} \right) \right]^2} = 0{,}019$$

Despejando L_t, tenemos

$$L_t = \frac{\pi^2 g D_t^5 r_{eq}}{8 f_t}$$

reemplazando

$$L_t = \frac{\pi^2 \times 9{,}806 \frac{m}{s^2} \times (0{,}30m)^5 \, 232{,}01 \frac{s^2}{m^6} m}{8 \times 0{,}019} = 358{,}97m$$

$$\boxed{L_t = 358{,}97m}$$

Para encontrar la descarga planteamos Bernoulli entre las superficies libres de ambos depósitos tenemos

$$\frac{P_1}{\gamma}+z_1+\frac{V_1^2}{2g}=\frac{P_2}{\gamma}+z_2+\frac{V_2^2}{2g}+h_f$$

reemplazando

$$\frac{P_a}{\gamma}+H+0=\frac{P_a}{\gamma}+0+0+h_f$$

$$H=h_f$$

Además, por utilizar la ecuación de Darcy-Weisbach, tenemos

$$H=h_f=r_{eq}Q_T^2$$

La resistencia equivalente será

$$r_{eq}=232{,}01\frac{s^2}{m^6}m$$

reemplazando

$$Q_T=\sqrt{\frac{10{,}00m}{232{,}01\frac{s^2}{m^6}m}}=207{,}61\frac{Lts}{s}$$

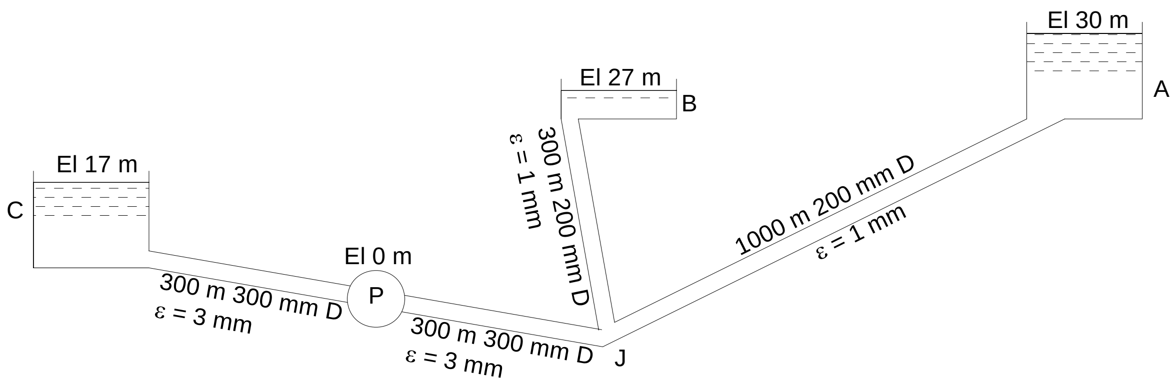
$$\boxed{Q_T=207{,}61\frac{Lts}{s}}$$

Para verificar el número de Reynolds lo calculamos

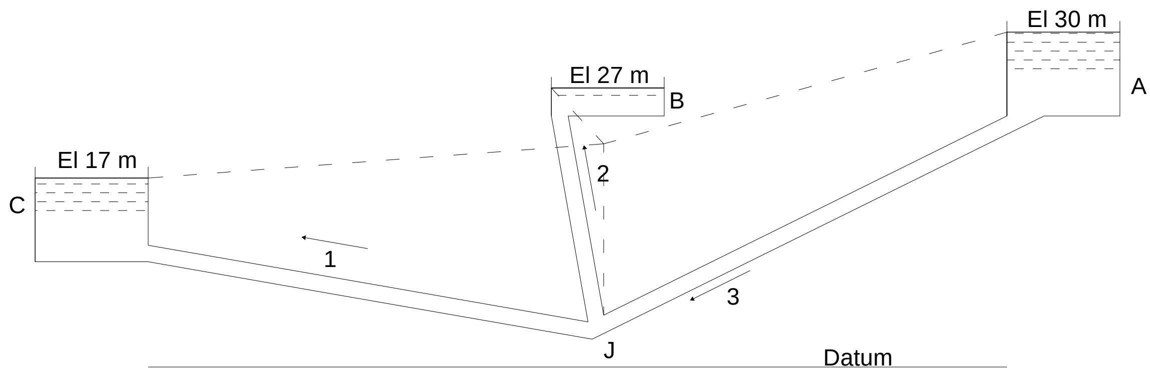
$$R_e=\frac{4Q}{\pi D\nu}=\frac{4\times 0{,}208\frac{m^3}{s}}{\pi\times 0{,}30m\times 1{,}14\times 10^{-6}\frac{m^2}{s}}=772915{,}97\Rightarrow Verifica$$

Ejercicio 11-36

De la figura calcúlese el flujo en el sistema cuando se quita la bomba.



Resolución



Por continuidad

$$Q_1 = Q_2 + Q_3$$

Además, por utilizar la ecuación de Darcy-Weisbach

$$h_f = rQ^2$$

Para 1 tenemos

$$h_{f1} = f_1 \frac{L_1}{D} \frac{V_1^2}{2g}$$

$$h_{f1} = f_1 \frac{600m}{0,3m} \frac{V_1^2}{2 \times 9,806 \frac{m}{s^2}}$$

Para 2 tenemos

$$h_{f2} = f_2 \frac{L_2}{D} \frac{V_2^2}{2g}$$

$$h_{f2} = f_2 \frac{300m}{0,2m} \frac{V_2^2}{2 \times 9,806 \frac{m}{s^2}}$$

Para 3 tenemos

$$h_{f3} = f_3 \frac{L_3}{D} \frac{V_3^2}{2g}$$

$$h_{f3} = f_3 \frac{1000m}{0,2m} \frac{V_3^2}{2 \times 9,806 \frac{m}{s^2}}$$

Sí suponemos $z_J + \frac{P_J}{\gamma} = 20,00m$, entonces

$$3,00m = f_1 101,98 \frac{s^2}{m} V_1^2$$

$$7,00m = f_2 76,48 \frac{s^2}{m} V_2^2$$

$$10,00 = f_3 254,95 \frac{s^2}{m} V_3^2$$

iterando hallamos el caudal

v_1	Re_1	f_1	h_{f1}	Q_1
1,0000	300000,00	0,0382	1,95	0,0707
2,0000	600000,00	0,0381	7,76	0,1414
1,5000	450000,00	0,0381	4,37	0,1060
1,2500	375000,00	0,0382	3,04	0,0884
1,2425	372750,00	0,0382	3,00	0,0878

v_2	Re_2	f_2	h_{f2}	Q_2
1,0000	200000,00	0,0310	2,37	0,0314
2,0000	400000,00	0,0307	9,39	0,0628
1,5000	300000,00	0,0308	5,30	0,0471
1,7500	350000,00	0,0308	7,20	0,0550
1,7250	345000,00	0,0308	7,00	0,0542

v_3	Re_3	f_3	h_{f3}	Q_3
1,0000	200000,00	0,0310	7,90	0,0314
2,0000	400000,00	0,0307	31,30	0,0628
1,5000	300000,00	0,0308	17,67	0,0471
1,2500	250000,00	0,0309	12,30	0,0393
1,1260	225200,00	0,0309	10,00	0,0354

De la ecuación de continuidad

$$Q_1 - Q_2 - Q_3 = 0$$

reemplazando

$$0{,}0878\frac{m^3}{s} - 0{,}0542\frac{m^3}{s} - 0{,}0354\frac{m^3}{s} = 0{,}0018\frac{m^3}{s}$$

entonces

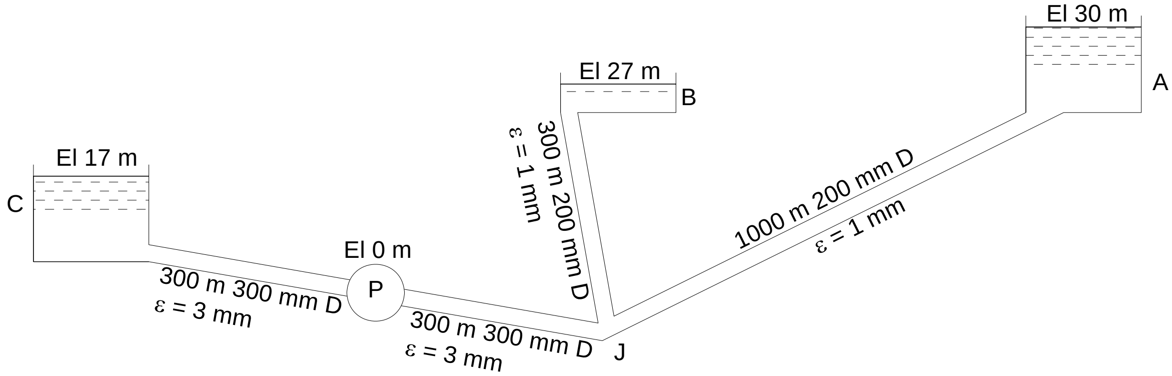
$$\boxed{Q_1 = 87{,}80\frac{Lts}{s}}$$

$$\boxed{Q_2 = 54{,}20\frac{Lts}{s}}$$

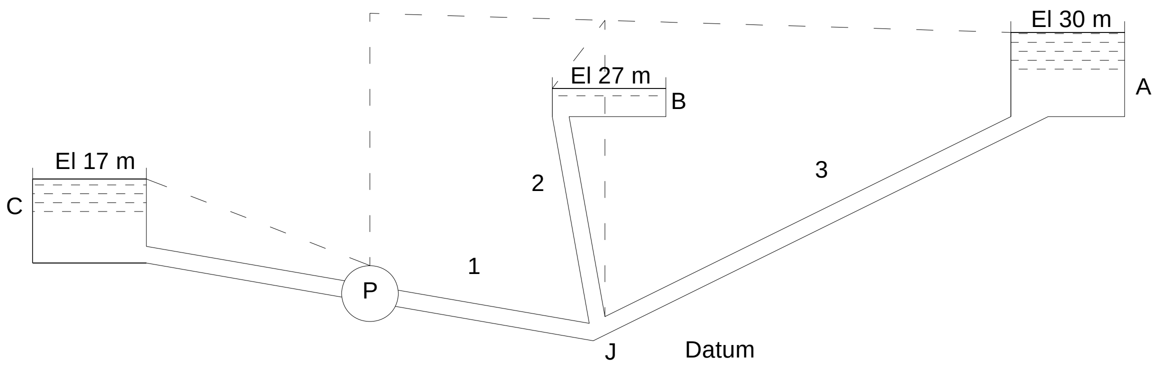
$$\boxed{Q_3 = 35{,}40\frac{Lts}{s}}$$

Ejercicio 11-38

La bomba de la figura agrega 7500 W al flujo (hacia J). Encuéntrese Q_A y Q_B.



Resolución



La potencia de la bomba será

$$Pot = \gamma Q H_B$$

despejando

$$QH_B = \frac{Pot}{\gamma}$$

reemplazando y despejando H

$$QH_B = \frac{7500{,}00 \dfrac{Nm}{s}}{9806{,}00 \dfrac{N}{m^3}}$$

$$QH_B = 0{,}76 \frac{m^4}{s}$$

$$H_B = 0{,}76 \frac{m^4}{s} \frac{1}{Q}$$

Por continuidad

$$Q_J = Q_A + Q_B$$

Además, por utilizar la ecuación de Darcy-Weisbach

$$h_f = rQ^2$$

Para 1 tenemos

$$h_{f1} = f_1 \frac{L_1}{D} \frac{V_1^2}{2g}$$

$$h_{f1} = f_1 \frac{600m}{0{,}3m} \frac{V_1^2}{2 \times 9{,}806 \frac{m}{s^2}}$$

Para 2 tenemos

$$h_{f2} = f_2 \frac{L_2}{D} \frac{V_2^2}{2g}$$

$$h_{f2} = f_2 \frac{300m}{0{,}2m} \frac{V_2^2}{2 \times 9{,}806 \frac{m}{s^2}}$$

Para 3 tenemos

$$h_{f3} = f_3 \frac{L_3}{D} \frac{V_3^2}{2g}$$

$$h_{f3} = f_3 \frac{1000m}{0{,}2m} \frac{V_3^2}{2 \times 9{,}806 \frac{m}{s^2}}$$

Sí suponemos $z_J + \frac{P_J}{\gamma} = 28{,}00m$, entonces

$$H_B - 28{,}00m = f_1 50{,}99 \frac{s^2}{m} V_1^2$$

$$0{,}76 \frac{m^4}{s} \frac{1}{Q} - 28{,}00m = f_1 50{,}99 \frac{s^2}{m} V_1^2$$

$$28{,}00m = 0{,}76 \frac{m^4}{s} \frac{1}{Q} - f_1 50{,}99 \frac{s^2}{m} V_1^2$$

$$28{,}00m = 0{,}76 \frac{m^4}{s} \frac{4}{V_1 \pi D_1^2} - f_1 50{,}99 \frac{s^2}{m} V_1^2$$

$$28{,}00m = 3{,}76 \frac{m^4}{s} \frac{4}{V_1 \pi (0{,}30m)^2} - f_1 50{,}99 \frac{s^2}{m} V_1^2$$

$$28{,}00m = \frac{10{,}75 \frac{m^2}{s}}{V_1} - f_1 50{,}99 \frac{s^2}{m} V_1^2$$

$$1{,}00m = f_2 76{,}48 \frac{s^2}{m} V_2^2$$

$$2{,}00 = f_3 254{,}95 \frac{s^2}{m} V_3^2$$

iterando hallamos el caudal

v_1	Re_1	f_1	h_{f1}	Q_1
1,0000	300000,00	0,0382	8,80	0,0707
0,3900	117000,00	0,0386	27,26	0,0276
0,3850	115500,00	0,0386	27,63	0,0272
0,3825	114750,00	0,0386	27,82	0,0270
0,3800	114000,00	0,0386	28,00	0,0269

v_2	Re_2	f_2	h_{f2}	Q_2
1,0000	200000,00	0,0310	2,37	0,0314
0,7000	140000,00	0,0312	1,17	0,0220
0,6750	135000,00	0,0313	1,09	0,0212
0,6600	132000,00	0,0313	1,04	0,0207
0,6475	129500,00	0,0313	1,00	0,0203

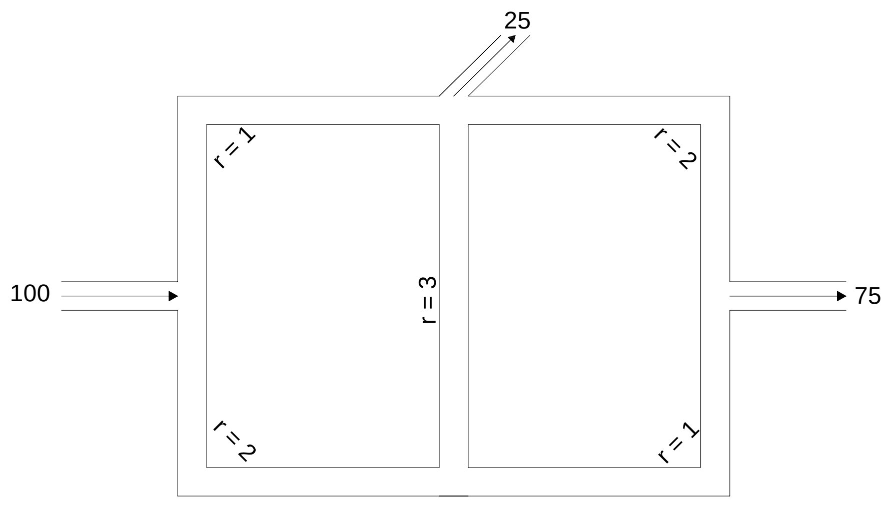
v_3	Re_3	f_3	h_{f3}	Q_3
1,0000	200000,00	0,0310	7,90	0,0314
0,5000	100000,00	0,0315	2,01	0,0157
0,4950	99000,00	0,0316	1,97	0,0156
0,4975	99500,00	0,0316	1,99	0,0156
0,4990	99800,00	0,0316	2,00	0,0157

$$\boxed{Q_A = 15{,}7\frac{Lts}{s}}$$

$$\boxed{Q_A = 20{,}3\frac{Lts}{s}}$$

Ejercicio 11-44

Calcúlese el flujo a través de cada una de las tuberías de la red mostrada en la figura, n = 2.

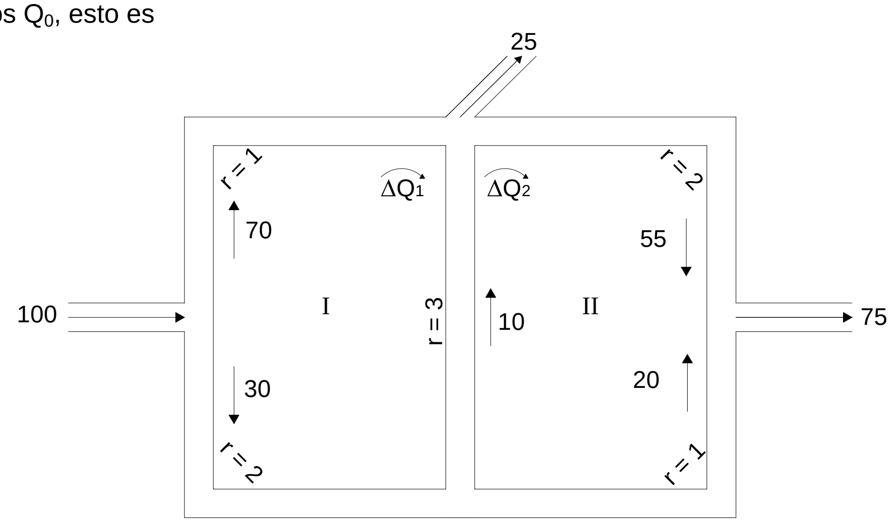


Resolución

Por el método de Hardy-Cross

$$\Delta Q = -\frac{\sum rQ_0 \left|Q_0\right|^{n-1}}{n\sum r\left|Q_0\right|^{n-1}}$$

Proponemos Q_0, esto es



Para I, tenemos

$$\sum rQ_0\left|Q_0\right|^{n-1} = 1{,}00\times 70{,}00^2 - 3{,}00\times 10{,}00^2 - 2{,}00\times 30{,}00^2 = 2800{,}00$$

$$2\sum r\left|Q_0\right|^{n-1} = 2{,}00\times\left(1{,}00\times 70{,}00 + 3{,}00\times 10{,}00 + 2{,}00\times 30{,}00\right) = 320{,}00$$

$$\Delta Q = -\frac{2800{,}00}{320{,}00} = -8{,}75$$

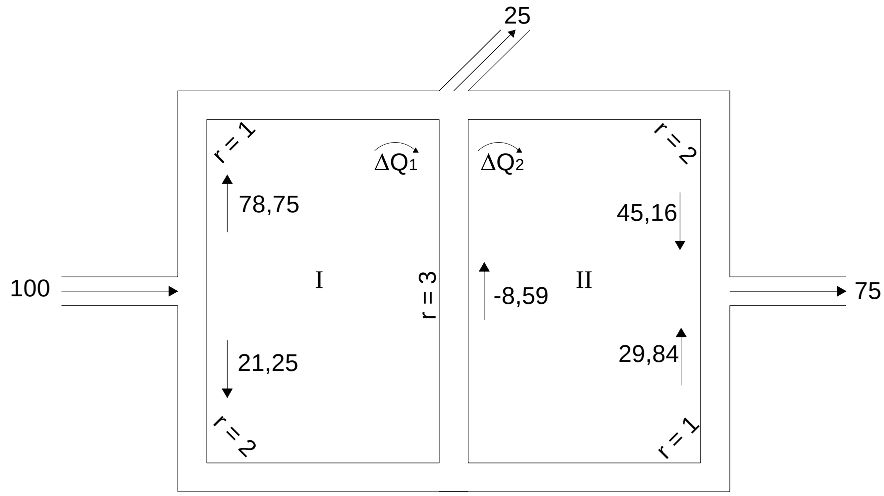
Para II, tenemos

$$\sum rQ_0\left|Q_0\right|^{n-1} = 2{,}00\times 55{,}00^2 - 1{,}00\times 20{,}00^2 + 3{,}00\times 10{,}00^2 = 5950{,}00$$

$$2\sum r\left|Q_0\right|^{n-1} = 2{,}00\times\left(2{,}00\times 55{,}00 + 1{,}00\times 20{,}00 + 3{,}00\times 10{,}00\right) = 320{,}00$$

$$\Delta Q = -\frac{5950{,}00}{320{,}00} = -18{,}59$$

Sumando ΔQ tenemos



Para I, tenemos

$$\sum rQ_0\left|Q_0\right|^{n-1} = 1{,}00\times 78{,}75^2 + 3{,}00\times 8{,}59^2 - 2{,}00\times 21{,}25^2 = 5519{,}80$$

$$2\sum r\left|Q_0\right|^{n-1} = 2{,}00\times\left(1{,}00\times 78{,}75 + 3{,}00\times 8{,}59 + 2{,}00\times 21{,}25\right) = 294{,}04$$

$$\Delta Q = -\frac{5519{,}80}{294{,}04} = -18{,}77$$

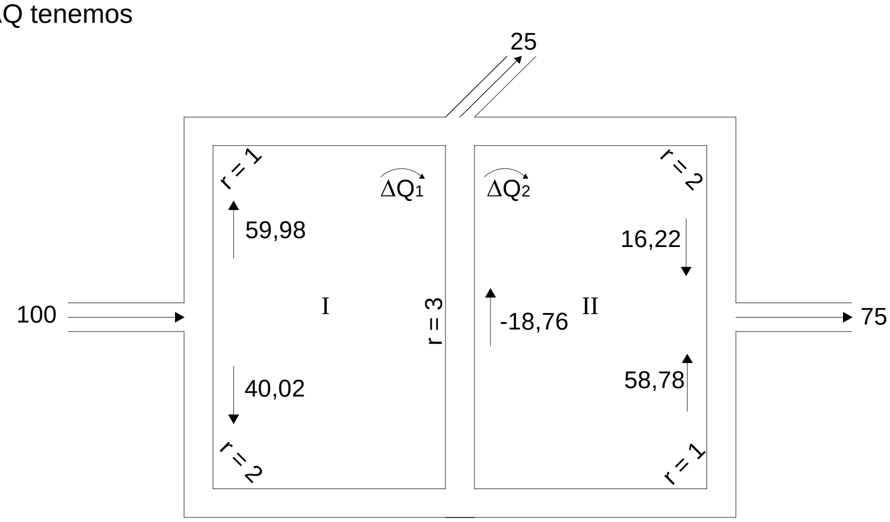
Para II, tenemos

$$\sum rQ_0\left|Q_0\right|^{n-1} = 2{,}00\times 45{,}16^2 - 1{,}00\times 29{,}84^2 - 3{,}00\times 8{,}59^2 = 2976{,}06$$

$$2\sum r\left|Q_0\right|^{n-1} = 2{,}00\times\left(2{,}00\times 45{,}16 + 1{,}00\times 29{,}84 + 3{,}00\times 8{,}59^2\right) = 291{,}86$$

$$\Delta Q = -\frac{2976{,}06}{291{,}86} = -10{,}17$$

Sumando ΔQ tenemos



Para I, tenemos

$$\sum rQ_0\left|Q_0\right|^{n-1} = 1{,}00\times 59{,}98^2 + 3{,}00\times 18{,}76^2 - 2{,}00\times 40{,}02^2 = 1450{,}21$$

$$2\sum r\left|Q_0\right|^{n-1} = 2{,}00\times\left(1{,}00\times 59{,}98 + 3{,}00\times 18{,}76 + 2{,}00\times 40{,}02\right) = 392{,}60$$

$$\Delta Q = -\frac{1450{,}21}{392{,}60} = -3{,}69$$

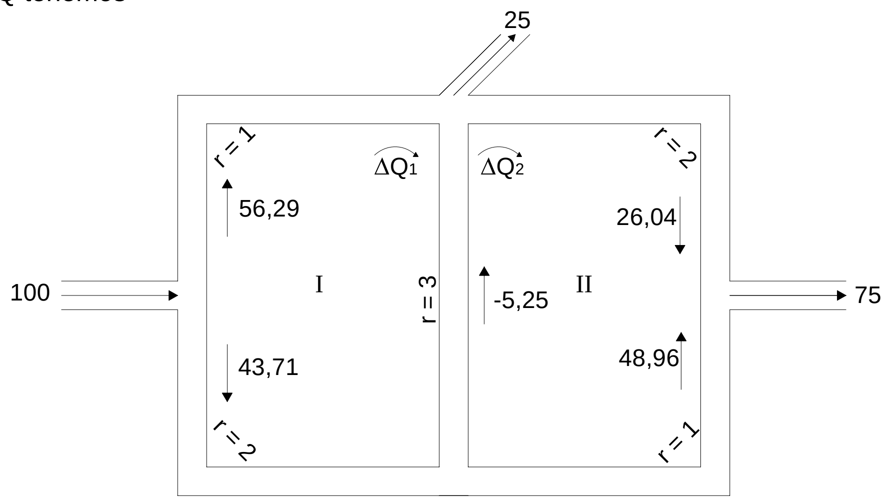
Para II, tenemos

$$\sum rQ_0 \left|Q_0\right|^{n-1} = 2{,}00 \times 16{,}22^2 - 1{,}00 \times 58{,}78^2 - 3{,}00 \times 18{,}76^2 = -3984{,}72$$

$$2\sum r\left|Q_0\right|^{n-1} = 2{,}00 \times \left(2{,}00 \times 16{,}22 + 1{,}00 \times 58{,}78 + 3{,}00 \times 18{,}76\right) = 295{,}00$$

$$\Delta Q = -\frac{-3984{,}72}{295{,}00} = 13{,}51$$

Sumando ΔQ tenemos



Para I, tenemos

$$\sum rQ_0 \left|Q_0\right|^{n-1} = 1{,}00 \times 56{,}29^2 + 3{,}00 \times 5{,}25^2 - 2{,}00 \times 43{,}71^2 = -596{,}88$$

$$2\sum r\left|Q_0\right|^{n-1} = 2{,}00 \times \left(1{,}00 \times 56{,}29 + 3{,}00 \times 5{,}25 + 2{,}00 \times 43{,}71\right) = 318{,}92$$

$$\Delta Q = -\frac{-596{,}88}{318{,}92} = 1{,}79$$

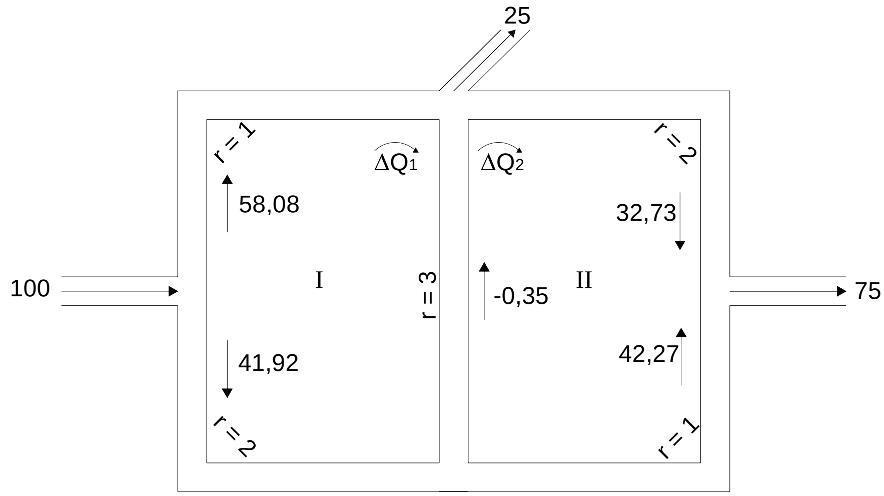
Para II, tenemos

$$\sum rQ_0 \left|Q_0\right|^{n-1} = 2{,}00 \times 26{,}04^2 - 1{,}00 \times 48{,}96^2 - 3{,}00 \times 5{,}25^2 = -1056{,}11$$

$$2\sum r\left|Q_0\right|^{n-1} = 2{,}00 \times \left(2{,}00 \times 26{,}04 + 1{,}00 \times 48{,}96 + 3{,}00 \times 5{,}25\right) = 215{,}58$$

$$\Delta Q = -\frac{-1056{,}11}{215{,}58} = 4{,}90$$

Sumando ΔQ tenemos



Para I, tenemos

$$\sum rQ_0\left|Q_0\right|^{n-1} = 1{,}00\times 58{,}08^2 + 3{,}00\times 0{,}35^2 - 2{,}00\times 41{,}92^2 = -140{,}92$$

$$2\sum r\left|Q_0\right|^{n-1} = 2{,}00\times\left(1{,}00\times 58{,}08 + 3{,}00\times 0{,}35 + 2{,}00\times 41{,}92\right) = 285{,}94$$

$$\Delta Q = -\frac{-140{,}92}{285{,}94} = 0{,}49$$

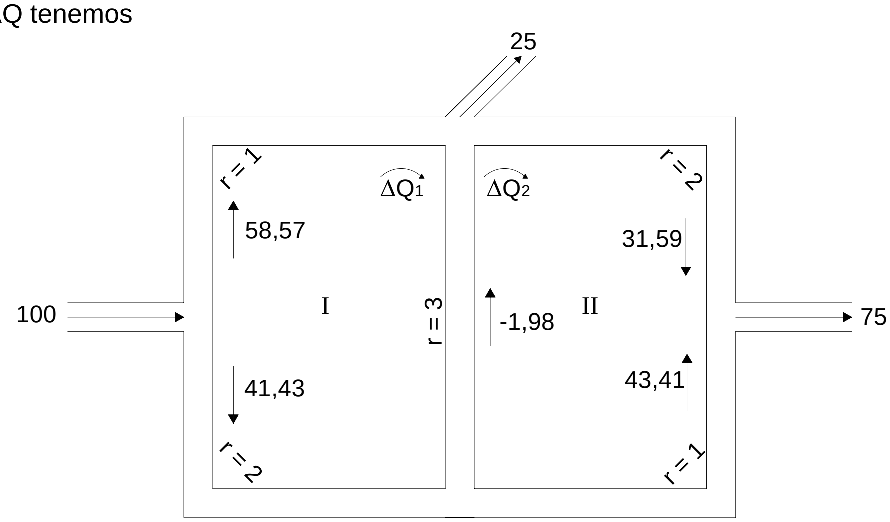
Para II, tenemos

$$\sum rQ_0\left|Q_0\right|^{n-1} = 2{,}00\times 32{,}73^2 - 1{,}00\times 42{,}27^2 - 3{,}00\times 0{,}35^2 = 355{,}38$$

$$2\sum r\left|Q_0\right|^{n-1} = 2{,}00\times\left(2{,}00\times 32{,}73 + 1{,}00\times 42{,}27 + 3{,}00\times 0{,}35\right) = 217{,}56$$

$$\Delta Q = -\frac{355{,}38}{217{,}56} = -1{,}63$$

Sumando ΔQ tenemos



Para I, tenemos

$$\sum rQ_0\left|Q_0\right|^{n-1} = 1{,}00\times 58{,}57^2 + 3{,}00\times 1{,}98^2 - 2{,}00\times 41{,}43^2 = 9{,}32$$

$$2\sum r\left|Q_0\right|^{n-1} = 2{,}00\times(1{,}00\times 58{,}57+3{,}00\times 1{,}98+2{,}00\times 41{,}43) = 294{,}74$$

$$\Delta Q = -\frac{9{,}32}{294{,}74} = -0{,}032$$

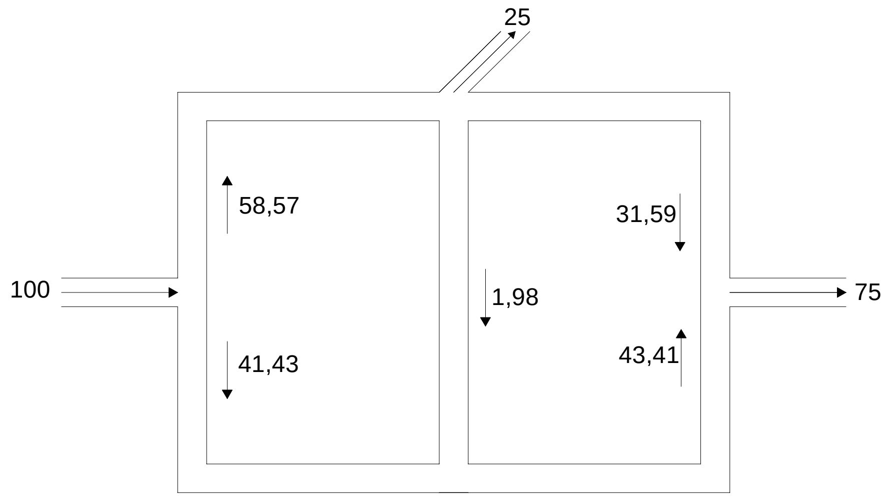
Para II, tenemos

$$\sum rQ_0\left|Q_0\right|^{n-1} = 2{,}00\times 31{,}59^2 - 1{,}00\times 43{,}41^2 - 3{,}00\times 1{,}98^2 = 99{,}67$$

$$2\sum r\left|Q_0\right|^{n-1} = 2{,}00\times(2{,}00\times 31{,}59+1{,}00\times 43{,}41+3{,}00\times 1{,}98) = 225{,}06$$

$$\Delta Q = -\frac{99{,}67}{225{,}06} = -0{,}44$$

El diagrama final será



EJERCICIOS DE TRABAJOS PRÁCTICOS REQUERIDOS POR EL ING. CASTELLÓ

Ejercicio 1

Tuberías en serie

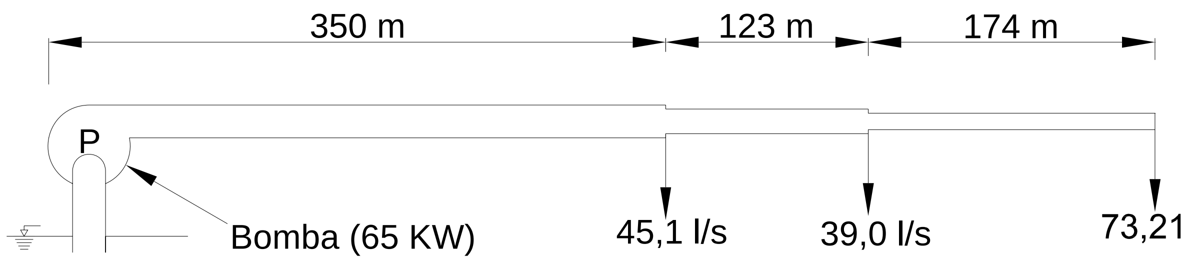
Una de las tuberías principales de un sistema de riego (ver esquema adjunto) debe conectar una estación de bombeo con tres módulos de riego que operan en forma simultánea. Los caudales consumidos por estos módulos son:

Módulo A	45,1 (lts/seg)
Módulo B	39,0 (lts/seg)
Módulo C	73,2 (lts/seg)

La estación de bombeo cuenta con una bomba de 65 KW con una eficiencia del 85%. La tubería 1, que va de la estación de bombeo hasta el módulo A, tiene una longitud de 350 m y un coeficiente global de pérdidas menores k_m de 7,9. La tubería 2, que une los módulos A y B, tiene una longitud de 123m y un coeficiente global de pérdidas menores k_m de 3,3. La tubería 3, que une los módulos B y C, tiene una longitud de 174 m y un coeficiente global de pérdidas menores k_m de 3,5. Todo el sistema se encuentra en un terreno aproximadamente horizontal y el agua bombeada se encuentra a 15 ºC. La altura de carga necesaria para el módulo C es de 12 m.

Suponiendo los diámetros internos comerciales en pulgadas enteras (el. 2”, 3”, 4”, 6”, etc.) dimensionar las tres tuberías si el material disponible es PVC, utilizando las formulaciones de

Darcy-Weisbach y de Hazen-Williams para la determinación de pérdidas por fricción. Compare resultados. Grafique las LAM y LNE.



Resolución

Formulación de Darcy-Weisbach

Los datos son

Tuberia	L [m]	k_m	k_s [m]	Q [m^3/s]
1,00	350,00	7,90	0,00006	0,045
2,00	123,00	3,30	0,00006	0,039
3,00	174,00	3,50	0,00006	0,073

La longitud equivalente será

Q	Re	f	$K_m \dfrac{D}{f}$	L_{eq}
0,045	287582,17	0,0078	177,96	527,96
0,039	267427,45	0,0078	68,44	191,44
0,073	340700,88	0,0076	110,55	284,55

Proponemos un diámetro D_1 = 4" y calculamos, por continuidad los demás caudales y la rugosidad relativa, entonces

D_1 [m]	k_s/D_1	D_2 [m]	k_s/D_2	D_3 [m]	k_s/D_3
0,100	0,0006	0,093	0,0006452	0,137	0,000438

Pasando los diámetros a pulgadas tenemos

$$D_2 = 0{,}093m \times \frac{1{,}00in}{0{,}0254m} = 3{,}66in \approx 4{,}00in$$

$$D_3 = 0{,}137m \times \frac{1{,}00in}{0{,}0254m} = 5{,}40 \approx 6{,}00in$$

La pérdida de carga será

hf1	hf2	hf3	Σ
55,700	15,114	9,951	80,764

Vemos que el sistema esta sobredimensionado pero un diámetro comercial mayor implica un subdimensionamiento.

Formulación de Hazen-Williams

Los datos son

Tuberia	L [m]	k_m	k_s [m]	Q [m^3/s]	Chw	L_{eq}	Re
1,00	350,00	7,90	0,00006	0,045	150,00	405,91	506616,48
2,00	123,00	3,30	0,00006	0,039	150,00	144,38	469551,99
3,00	174,00	3,50	0,00006	0,073	150,00	208,97	596226,54

Proponemos un diámetro D_1 = 4" y calculamos, por continuidad los demás caudales y la rugosidad relativa, entonces

D_1 [m]	D_2 [m]	D_3 [m]
0,100	0,093	0,137

Pasando los diámetros a pulgadas tenemos

$$D_2 = 0{,}093m \times \frac{1{,}00in}{0{,}0254m} = 3{,}66in \approx 4{,}00in$$

$$D_3 = 0{,}137m \times \frac{1{,}00in}{0{,}0254m} = 5{,}40 \approx 6{,}00in$$

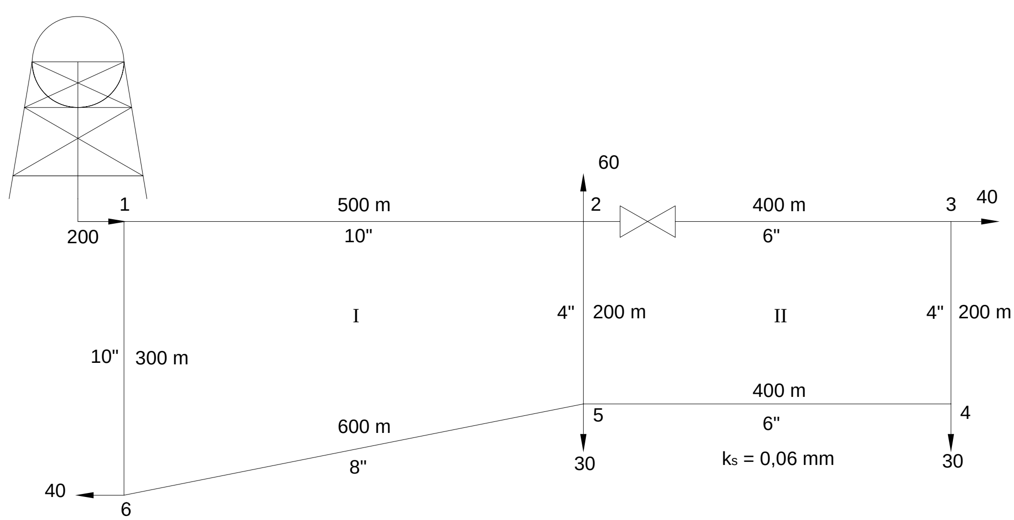
La pérdida de carga será

hf_1	h_{f2}	h_{f3}	Σ
99,246	26,645	17,171	143,062

Ejercicio 2

Redes de tuberías

La red mostrada en la siguiente figura posee una válvula en la tubería 2-3, la cual se encuentra parcialmente cerrada, generando una pérdida de carga menor con un coeficiente estimado k_m = 10,0. La altura de carga total en el nodo 1 es de 100 m. Los diámetros se encuentran en pulgadas, las longitudes en metros y los consumos en lts/seg.
Suponiendo que el material posee un k_s de 0,06 mm, que las pérdidas menores son despreciables (excepto en la tubería 2-3), analizar los caudales y presiones en la red mediante el método de Hardy-Cross.



Resolución

Los datos son

Tuberia	L [m]	D [m]	k_m	k_s [m]	ks/D
1,00	500,00	0,2540	0,00	0,00006	0,0002
2,00	200,00	0,1016	0,00	0,00006	0,0006
3,00	600,00	0,2032	0,00	0,00006	0,0003
4,00	300,00	0,2540	0,00	0,00006	0,0002
5,00	400,00	0,1524	10,00	0,00006	0,0004
6,00	200,00	0,1016	0,00	0,00006	0,0006
7,00	400,00	0,1524	0,00	0,00006	0,0004

La primera iteración será, para I

	Qo [m^3/s]	Re	f	$K_m \frac{D}{f}$ [m]	L_{eq} [m]	r	r.Qo.Qo	r.n.Qo
1,00	0,15	658993,30	0,01	0,00	500,00	271,92	6,12	81,58
2,00	0,04	439328,87	0,01	0,00	200,00	11206,38	17,93	896,51
3,00	-0,01	54916,11	0,01	0,00	600,00	1417,98	-0,14	28,36
4,00	-0,05	219664,43	0,01	0,00	300,00	189,29	-0,47	18,93
							23,43	1025,37
							ΔQ [m^3/s]	-0,02

para II

	Qo [m3/s]	Re	f	$K_m \frac{D}{f}$ [m]	Leq [m]	r	r.Qo.Qo	r.n.Qo
2,00	-0,04	439328,87	0,01	0,00	200,00	114,75	-0,18	9,18
5,00	0,05	366107,39	0,01	202,76	602,76	4558,16	11,40	455,82
6,00	0,01	109832,22	0,01	0,00	200,00	13617,03	1,36	272,34
7,00	-0,02	146442,96	0,01	0,00	400,00	3438,79	-1,38	137,55
							11,20	874,89
							ΔQ [m^3/s]	-0,01

La segunda iteración será, para I

	Qo [m3/s]	Re	f	$K_m \frac{D}{f}$ [m]	Leq [m]	r	r.Qo.Qo	r.n.Qo
1,00	0,13	558591,72	0,01	0,00	500,00	277,87	4,49	70,66
2,00	0,02	188324,91	0,01	0,00	200,00	12594,57	3,70	431,91
3,00	-0,03	180418,09	0,01	0,00	600,00	1187,96	-1,28	78,06
4,00	-0,07	320066,02	0,01	0,00	300,00	179,67	-0,95	26,18
							5,96	606,81
							ΔQ [m^3/s]	-0,0098

para II

	Qo [m3/s]	Re	f	$K_m \dfrac{D}{f}$ [m]	Leq [m]	r	r.Qo.Qo	r.n.Qo
2,00	-0,05	231962,57	0,01	0,00	300,00	187,85	-0,52	19,84
5,00	0,04	272389,02	0,01	194,71	594,71	4683,17	6,48	348,43
6,00	0,00	30745,33	0,01	0,00	200,00	16588,34	-0,13	92,87
7,00	-0,03	240161,32	0,01	0,00	400,00	3205,48	-3,45	210,28
							2,38	671,42
							ΔQ [m^3/s]	-0,0035

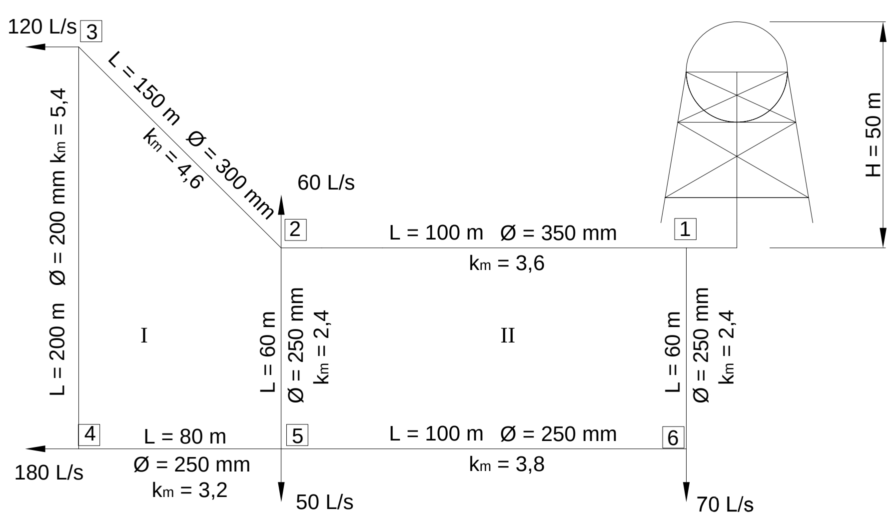
Los caudales finales y las pérdidas de carga serán

Tuberia	Q [m^3/s]	r	h_f=r.Q_2	Nudo	
1,00	0,1271	30,30	0,4898	1,00	100,00
2,00	0,0699	85,14	0,4166	2,00	99,51
3,00	-0,0329	141,35	0,1526	3,00	99,40
4,00	-0,0729	95,56	0,5072	6,00	99,49
5,00	0,0372	83,23	0,1152	5,00	99,34
6,00	-0,0028	711,33	0,0056	4,00	99,22
7,00	-0,0328	114,78	0,1235		

Ejercicio 3

Calcule los caudales en las tuberías y las alturas de carga en los nodos para la red de distribución de agua potable mostrada en la figura. Las longitudes, los diámetros, las demandas y los coeficientes globales de pérdidas menores se indican en la misma.

Todas las tuberías son de PVC (k_s = 0,015 mm). Utilice el método de Hardy-Cross con corrección de caudales. Todos los nodos se encuentran a la misma cota.



Resolución

Los datos son

Tuberia	L [m]	D [m]	k_m	k_s [m]	ks/D
1,00	100,00	0,35	3,60	0,0000015	4,286E-06
2,00	60,00	0,25	2,40	0,0000015	0,000006
3,00	100,00	0,25	3,80	0,0000015	0,000006
4,00	60,00	0,25	2,40	0,0000015	0,000006
5,00	150,00	0,30	4,60	0,0000015	0,000005
6,00	200,00	0,20	5,40	0,0000015	0,0000075
7,00	80,00	0,25	3,20	0,0000015	0,000006

La primera iteración será, para I

	Qo [m^3/s]	Re	f	$K_m \frac{D}{f}$ [m]	L_{eq} [m]	r	r.Qo.Qo	r.n.Qo
1,00	-0,20	637654,47	0,0070	180,48	280,48	30,84	-1,23	12,33
2,00	0,28	1249802,77	0,0064	93,67	153,67	83,37	6,54	46,69
3,00	0,21	937352,07	0,0066	143,01	243,01	136,72	6,03	57,42
4,00	0,01	44635,81	0,0102	58,68	118,68	102,78	0,01	2,06
							11,34	118,50
							ΔQ [m^3/s]	-0,0957

para II

	Qo [m3/s]	Re	f	$K_m \frac{D}{f}$ [m]	Leq [m]	r	r.Qo.Qo	r.n.Qo
4,00	-0,01	44635,81	0,0102	58,68	118,68	102,78	-0,01	2,06
5,00	-0,15	557947,66	0,0071	194,24	344,24	83,25	-1,87	24,97
6,00	-0,03	167384,30	0,0084	128,84	328,84	712,46	-0,64	42,75
7,00	0,15	669537,20	0,0069	115,32	195,32	114,76	2,58	34,43
							0,06	104,20
							ΔQ [m^3/s]	-0,0006

La segunda iteración será, para I

	Qo [m3/s]	Re	f	$K_m \frac{D}{f}$ [m]	Leq [m]	r	r.Qo.Qo	r.n.Qo
1,00	-0,30	942824,74	0,0066	189,82	289,82	30,30	-2,65	17,92
2,00	0,18	822564,39	0,0068	88,83	148,83	85,14	2,89	31,38
3,00	0,11	510113,69	0,0072	132,14	232,14	141,35	1,85	32,31
4,00	-0,09	382602,57	0,0075	80,30	140,30	88,79	-0,65	15,22
							1,44	96,83
							ΔQ [m^3/s]	-0,0148

para II

	Qo [m3/s]	Re	f	$K_m \frac{D}{f}$ [m]	Leq [m]	r	r.Qo.Qo	r.n.Qo
4,00	-0,01	47101,94	0,0101	59,18	119,18	102,34	-0,01	2,16
5,00	-0,15	560002,77	0,0071	194,33	344,33	83,23	-1,89	25,06
6,00	-0,03	170466,96	0,0084	129,18	329,18	711,33	-0,66	43,47
7,00	0,15	667071,07	0,0069	115,27	195,27	114,78	2,56	34,31
							0,0018	104,99
							ΔQ [m^3/s]	-0,000017

Los caudales finales y las pérdidas de carga serán

Tuberia	Q [m^3/s]	r	h_f=r.Q_2	Nudo	
1,00	-0,30	30,30	2,65	2,00	47,35
2,00	0,18	85,14	2,89	6,00	47,11
3,00	0,11	141,35	1,85	5,00	45,26
4,00	-0,08	95,56	0,54	3,00	45,46
5,00	-0,15	83,23	1,89	4,00	42,70
6,00	-0,03	711,33	0,66		
7,00	0,15	114,78	2,56		

Capítulo 13: Flujo a régimen no permanente en conductos cerrados

Ejercicio 13-7

Dos tanques reguladores de 6 m de diámetro están conectados mediante una tubería de 2.5 m de diámetro y 900 m de longitud, cuyo coeficiente de fricción es f = 0.020, mientras que las pérdidas menores son 4.5 veces la carga de velocidad. En el momento de abrir rápidamente una válvula en la tubería, el nivel de agua en uno de los tanques se encuentra 9 m más arriba que en el otro. Encuéntrese la fluctuación máxima del nivel del agua en los tanques reguladores.

Resolución

La longitud equivalente de pérdidas menores será

$$\frac{KD}{f} = \frac{4{,}50 \times 2{,}50m}{0{,}02} = 562{,}50m$$

La longitud equivalente será

$$L_e = L + \frac{KD}{f} = 900{,}00m + 562{,}50m = 1462{,}50m$$

Entonces

$$z_m = \frac{z_1 A_1}{A} = \frac{9{,}00m \times (6{,}00m)^2}{(2{,}50m)^2} = 51{,}84m$$

El ϕ correspondiente es

$$\phi = f\,\frac{L_e}{L}\frac{z_m}{D} = 0{,}020\,\frac{1462{,}50m}{900{,}00m}\frac{51{,}84m}{2{,}50m} = 0{,}6739$$

entonces

$$F(\phi) = (1+\phi)e^{-\phi} = (1+0{,}6739)e^{-0{,}6739} = 0{,}8532$$

Utilizando la figura 13.4 de la página 525 de (Mecánica de fluidos, Streeter), vemos que dicha función se resuelve para

$$\phi = -0{,}4630$$

valuando

$$F(\phi) = (1+\phi)e^{-\phi} = (1+0{,}4630)e^{-0{,}4630} = 0{,}9208$$

esta se resuelve para

$$\phi = 0{,}353$$

La fluctuación máxima z_m para $\phi = -0{,}4630$ será

$$z_m = \phi\frac{L}{L_e}\frac{D}{f} = -0{,}4630\,\frac{900{,}00m}{1462{,}50m}\frac{2{,}50m}{0{,}02} = -35{,}61m$$

La fluctuación máxima z_m para $\phi = 0{,}353$ será

$$z_m = \phi\frac{L}{L_e}\frac{D}{f} = 0{,}353\,\frac{900{,}00m}{1462{,}50m}\frac{2{,}50m}{0{,}02} = 27{,}15m$$

El máximo negativo será

$$z_1 = z_2 = \frac{z_m A}{A_1} = \frac{-35{,}61m \times (2{,}50m)^2}{(6{,}00m)^2} = -6{,}18m$$

$$\boxed{z_1 = z_2 = -6{,}18m}$$

El máximo positivo será

$$z_1 = z_2 = \frac{z_m A}{A_1} = \frac{27{,}15m \times (2{,}50m)^2}{(6{,}00m)^2} = 4{,}71m$$

$$\boxed{z_1 = z_2 = 4{,}71m}$$

Ejercicio 13-8

En una tubería de 1200 m de longitud, D = 0.6 m, con una boquilla en el extremo aguas debajo de 0.3 m de diámetro, se abre rápidamente una válvula. Las pérdidas menores son $4V^2/2g$, siendo V la velocidad en la tubería, f = 0,024 y H = 9m. Determínese el tiempo que debe transcurrir para que el gasto alcance el 95 % del valor correspondiente al flujo permanente.

Resolución

La longitud equivalente de pérdidas menores será

$$\frac{KD}{f} = \frac{4{,}00 \times 0{,}30m}{0{,}024} = 50{,}00m$$

La longitud equivalente será

$$L_e = L + \frac{KD}{f} = 1200{,}00m + 50{,}00m = 1250{,}00m$$

La velocidad para flujo permanente será

$$H = f\,\frac{L_e}{D}\frac{V_0^2}{2g}$$

Despejando

$$V_0 = \sqrt{\frac{2gH}{f\,\frac{L_e}{D}}}$$

reemplazando

$$V_0 = \sqrt{\frac{2 \times 9{,}806\,\frac{m}{s} \times 9{,}00m}{0{,}024\,\frac{1250{,}00m}{0{,}30m}}} = 1{,}33\,\frac{m}{s}$$

El tiempo que tarda en llegar el caudal al 95 % al valor correspondiente al flujo permanente

$$t = \frac{LV_0}{2gH}\ln\frac{1{,}95}{0{,}05}$$

reemplazando

$$t = \frac{1200{,}00m \times 1{,}33\,\frac{m}{s}}{2 \times 9{,}806\,\frac{m}{s} \times 9{,}00m}\ln\frac{1{,}95}{0{,}05} = 33{,}13s$$

Ejercicio 13-10

Una tubería de acero provista de juntas de expansión tiene 1 m de diámetro y 1 cm de espesor de pared. Si la tubería transporta agua, determínese la velocidad de una onda de presión.

Resolución

La celeridad de la onda será

$$a = \sqrt{\frac{\frac{K}{\rho}}{\left(1 + \frac{K}{E}\frac{D}{e}\right)}}$$

El módulo de elasticidad del acero es

$$E = 2{,}00 \times 10^{5}\, MPa = 2{,}00 \times 10^{11}\, Pa$$

El módulo de elasticidad volumétrico y la densidad del agua lo obtenemos de la tabla C.1 de la página 567 de (Mecánica de los fluidos, Streeter), resulta

$$K = 2{,}14 \times 10^{9}\, Pa$$

$$\rho = 1000{,}00 \frac{kg}{m^{3}}$$

Ahora reemplazando, obtenemos

$$a = \sqrt{\frac{\frac{2{,}14 \times 10^{9}\, Pa}{1000{,}00 \frac{kg}{m^{3}}}}{\left(1 + \frac{2{,}14 \times 10^{9}\, Pa}{2{,}00 \times 10^{11}\, Pa}\frac{1{,}00 m}{0{,}01 m}\right)}} = 1016{,}76 \frac{m}{s}$$

$$\boxed{a = 1016{,}76 \frac{m}{s}}$$

Ejercicio 13-11

Determínese la velocidad de una onda de presión para un flujo de benceno (K = 150000 psi, S = 0,88) a través de un tubo de acero de ¾ de pulgada de diámetro interior y 1/8 de pulgada de espesor.

Resolución

La celeridad de la onda será

$$a = \sqrt{\frac{\frac{K}{\rho}}{\left(1 + \frac{K}{E}\frac{D}{e}\right)}}$$

$$a = \sqrt{\frac{\dfrac{K}{S\rho_{agua}}}{\left(1 + \dfrac{K}{E}\dfrac{D}{e}\right)}}$$

El módulo de elasticidad del acero es

$$E = 2{,}00 \times 10^{5}\, MPa = 2{,}00 \times 10^{11}\, Pa$$

Ahora reemplazando, obtenemos

$$a = \sqrt{\frac{\dfrac{150000 Psi \times \dfrac{144{,}00 in^2}{1{,}00\, ft^2}}{1{,}94\, \dfrac{slugs}{ft^3}}}{\left(1 + \dfrac{150000 Psi \times \dfrac{144{,}00 in^2}{1{,}00\, ft^2}}{2{,}00 \times 10^{11} Pa \times \dfrac{0{,}0207\, \dfrac{lb}{ft^2}}{1{,}00 Pa}} \dfrac{\dfrac{1{,}00}{8{,}00}\dfrac{1{,}00}{12{,}00}\, ft}{\left[\left(\dfrac{3{,}00}{4{,}00} - \dfrac{1{,}00}{8{,}00}\right)\dfrac{1{,}00}{12{,}00}\, ft\right]}\right)}} = 3335{,}03 \frac{ft}{s}$$

$$\boxed{a = 335{,}03 \frac{ft}{s}}$$

Ejercicio 13-12

Determínese el tiempo máximo para un cierre de válvula rápido en una tubería de acero que transporta agua: L = 1000 m, D = 1.3 m, e = 12 mm y V_0 = 3 m/s.

Resolución

La celeridad de la onda será

$$a = \sqrt{\frac{\dfrac{K}{\rho}}{\left(1 + \dfrac{K}{E}\dfrac{D}{e}\right)}}$$

El módulo de elasticidad del acero es

$$E = 2{,}00 \times 10^{5}\, MPa = 2{,}00 \times 10^{11}\, Pa$$

El módulo de elasticidad volumétrico y la densidad del agua lo obtenemos de la tabla C.1 de la página 567 de (Mecánica de los fluidos, Streeter), resulta

$$K = 2{,}14 \times 10^{9}\, Pa$$

$$\rho = 1000{,}00 \frac{kg}{m^3}$$

Ahora reemplazando, obtenemos

$$a = \sqrt{\frac{\dfrac{2{,}14\times10^{9}\,Pa}{1000{,}00\,\dfrac{kg}{m^{3}}}}{\left(1+\dfrac{2{,}14\times10^{9}\,Pa}{2{,}00\times10^{11}\,Pa}\,\dfrac{1{,}30m}{0{,}012m}\right)}} = 995{,}55\,\frac{m}{s}$$

El tiempo máximo será

$$t_{cr} = \frac{2L}{a}$$

reemplazando

$$t_{cr} = \frac{2\times1000{,}00m}{955{,}55\,\dfrac{m}{s}} = 2{,}01s$$

$$\boxed{t_{cr} = 2{,}01s}$$

Ejercicio 13-13

Una válvula colocada en el extremo corriente debajo de una tubería de 3000 m de longitud que transporta agua con velocidad 2 m/s se cierra en 5 s. Sí a = 1000 m/s. ¿Cuánto vale la presión pico que se desarrolla debido al cierre de la válvula?

Resolución

El tiempo crítico será

$$t_{cr} = \frac{2L}{a}$$

reemplazando

$$t_{cr} = \frac{2\times3000{,}00m}{1000{,}00\,\dfrac{m}{s}} = 6{,}00s$$

La presión pico se obtiene a partir de la fórmula de Allieve, esto es

$$\Delta h_{máx} = \frac{aU}{g}$$

reemplazando

$$\Delta h_{máx} = \frac{1000{,}00\,\dfrac{m}{s}\,2{,}00\,\dfrac{m}{s}}{9{,}806\,\dfrac{m}{s^{2}}} = 203{,}96m$$

$$\boxed{\Delta h_{máx} = 203{,}96m}$$

Ejercicio 13-14

Determínese el tramo de tubería en el problema anterior que queda bajo la presión pico.

Resolución

De la expresión del tiempo despejamos la longitud, esto es

$$t_{cr} - t_{cr} = \frac{2L}{a}$$

$$L = \frac{a(t_{cr} - t_c)}{2}$$

reemplazando

$$L = \frac{1000{,}00\frac{m}{s}(6{,}00s - 5{,}00s)}{2} = 500{,}00m$$

$$\boxed{L = 500{,}00m}$$